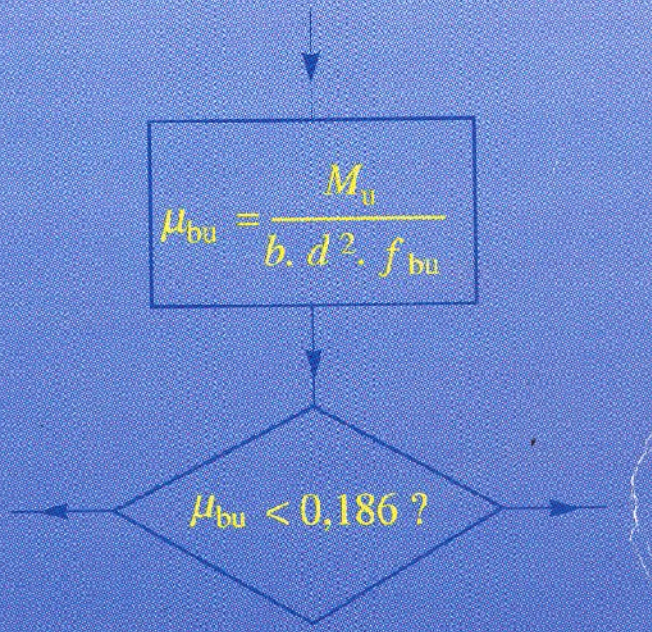
Bâtiment & Génie Civil

BÉTON ARMÉ

Guide de calcul



H. Renaud et J. Lamirault

FOUCHER

Bâtiment & Génie Civil

Livre : 6966
FARD

BÉTON ARMÉ
Guide de calcul

Jacques LAMIRAULT
Maître de conférences
École centrale de Nantes
Département Génie civil

Henri RENAUD
Agrégé de Génie civil
IUFM de Nantes

FOUCHER
31 rue de Fleurus 75278 Paris Cedex 06

SOMMAIRE

1 Calcul du béton armé aux états limites 5
1. Notions d'états limites 5
2. États limites ultimes et états limites de service 5
3. Principes généraux des justifications 6
4. E.L.U. ou E.L.S. ? 6

2 Formulaire des poutres 7
1. Notations et conventions du formulaire des poutres 7
2. Formulaire des poutres 8
3. Mode d'utilisation du formulaire 12

3 Caractéristiques géométriques des sections 15
1. Moment statique (rappels) 15
2. Moment quadratique (rappels) 16
3. Tableau des caractéristiques des sections courantes 17
4. Section en forme de Té 18
5. Application aux sections courantes de béton armé 19

4 Actions permanentes et variables 23
1. Nature des actions 23
2. Évaluation des charges permanentes 24
3. Évaluation des charges d'exploitation 25
4. Application : calcul d'une descente de charges 26

5 Calcul des sollicitations 29
1. Principe 29
2. Combinaisons d'actions 30
3. Applications 31

6 Bétons et aciers : caractéristiques 35
1. Les bétons 35
2. Les aciers 38

7 Déformations et contraintes de calcul 41
1. État limite de résistance 41
2. État limite de service 47

8 Semelles de fondations 51
1. Sollicitations de calcul 51
2. Prédimensionnement des semelles 52
3. Détermination des aciers tendus 54
4. Tableau d'arrêt pratique des barres des semelles et attentes 56

9 Poteaux : compression centrée 59
1. Notations et rappels 59
2. Hypothèses d'études 60
3. Calcul des armatures longitudinales 60
4. Dispositions constructives 61
5. Application 65

ISBN 2-216-01646-2

Toute représentation, traduction, adaptation ou reproduction, même partielle, par tous procédés, en tous pays, faite sans autorisation préalable, est illicite et exposerait le contrevenant à des poursuites judiciaires (Réf. Loi du 11 mars 1957)

©Les Éditions FOUCHER, Paris 1993

10 Tirants : traction simple **67**
1. Hypothèses d'études 67
2. Contraintes de calcul 67
3. Détermination des sections d'armatures 67
4. Dispositions réglementaires minimales 68

11 E.L.U.R.: flexion simple **73**
1. Hypothèses d'études 73
2. Contraintes de calcul 73
3. Combinaisons 74
4. Calcul de sollicitations 74
5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire 74
6. Moment critique ultime 77
7. Moment critique réduit 77
8. Calcul des armatures longitudinales tendues 78

12 E.L.S.: flexion simple **83**
1. Hypothèses d'études 83
2. Contraintes de calcul 83
3. Combinaisons d'actions 84
4. Calcul des sollicitations 84
5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire 84
6. Moment limite de service 88
7. Moment limite réduit de service 88
8. Calcul des armatures longitudinales tendues 89

13 Vérification des sections **95**
1. Hypothèses de calcul 96
2. Caractéristiques géométriques 96
3. Expression de la contrainte normale au niveau d'une fibre 97

14 Liaisons béton – acier **103**
1. Contrainte d'adhérence 103
2. Ancrage des aciers 103
3. Entraînement des barres isolées ou en paquet 108

15 Effort tranchant : justifications et dispositions constructives **111**
1. Contrainte tangente conventionnelle 111
2. Contrainte tangente limite ultime 112
3. Armatures d'une poutre 113
4. Dispositions constructives minimales 114
5. Effort tranchant réduit au voisinage d'un appui 115
6. Justifications aux appuis 116
7. Cas des dalles 117

16 Micro-projet Bâtiment **120**
1. Étude demandée 120
2. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des matériaux 121
3. Calcul des éléments porteurs 122
4. Calcul des panneaux de dalles rectangulaires sous chargement modéré uniforme 129

Annexe 1 Caractéristiques des aciers **135**
Annexe 2 Contraintes limites des matériaux à l'E.L.S. **136**
Annexe 3 Moments critiques réduits **137**
Annexe 4 Tableaux de calcul à l'E.L.U.R. **138**
Annexe 5 Tableaux de calcul à l'E.L.S. **140**

1 Calcul du béton armé aux états limites

Principes généraux

Les ouvrages en béton armé sont calculés en respectant les règlements, normes et Documents Techniques Unifiés (D.T.U.) en vigueur.

Le B.A.E.L. (Règlement Béton Armé aux États Limites) prescrit les règles techniques de:

- conception,
- calcul des différents ouvrages de la structure B.A.,
- justifications (vérifications diverses et dispositions constructives minimales).

Le présent chapitre a pour objet de familiariser le lecteur aux notions d'états limites, bases d'élaboration du règlement B.A.E.L. 91.

1. Notions d'états limites (B.A.E.L. A1)

• Dans le domaine des constructions, un **état limite** est celui qui satisfait strictement aux conditions prévues sous l'effet des **actions** (forces, moments ou couples) qui agissent sur la construction ou l'un de ses éléments).

• **Quelles sont ces conditions ?**

Citons: **la stabilité, la résistance, la durabilité, les déformations non nuisibles** pour satisfaire les fonctions techniques d'utilisation des structures.

Exemple: *résister aux sollicitations imposées, à l'effet des intempéries, des dilatations, des retraits, etc.*

2. États limites ultimes et états limites de service

Il est nécessaire de bien différencier ces deux états qui sont à considérer dans tous les calculs B.A. soit directement, soit implicitement pour l'un des états.

États Limites Ultimes (E.L.U.)

On distingue:

- **État limite d'équilibre statique**
  → Stabilité des constructions (non glissement, non renversement).
- **État limite ultime de résistance** (symbole E.L.U.R.)
  → Capacité portante qui dépend des matériaux constitutifs (non rupture par écrasement ou par allongement excessif).
- **État limite de stabilité de forme** (symbole E.L.U.S.F.)
  → Pas d'instabilité.

  Exemple: *pour un poteau B.A., non-risque de flambement.*

NB. Ils concernent la capacité portante et la limitation des risques de ruine de tous ordres.

États Limites de Services (E.L.S.)

On distingue:

- **État limite de compression du béton**
  → Contrainte de compression bornée par le règlement B.A.E.L.
- **État limite de déformation**
  → Limitation des désordres.

  Exemple: *flèche des planchers limitée pour réduire les désordres de fissuration des cloisons ou des revêtements scellés.*
- **État limite d'ouverture de fissures**
  → Durabilité des ouvrages.

  Exemple: *non-corrosion des aciers.*

NB. Ils concernent les conditions d'utilisation des ouvrages et la durabilité.

3. Principes généraux des justifications

Ils s'appliquent essentiellement pour :

- la **sécurité des ouvrages**, par utilisation de coefficients de sécurité :
  – coefficient de majoration pour les valeurs nominales des actions (charges permanentes, charges d'exploitation, etc.) ;
  – coefficient de minoration pour les contraintes de calcul béton et acier ;
- les **combinaisons d'actions** dans un état limite donné :

à l'E.L.U.*	à l'E.L.S.*
$1{,}35\,G + 1{,}50\,Q_B$	$G + Q_B$
G : charges permanentes Q_B : charges d'exploitation * *en général.*	

Remarque : *les combinaisons déterminent les sollicitations les plus défavorables, comme par exemple dans le cas des poutres avec porte-à-faux ou les cas de chargement des poutres continues.*

Les calculs justificatifs concernent à la fois :
– les états limites ultimes E.L.U.,
– les états limites de service E.L.S.

Par exemple, *pour la détermination des sections d'acier :*

Calcul à l'E.L.U.R. $M_u \longrightarrow A_{su}$

Calcul à l'E.L.S. $M_{ser} \longrightarrow A_{ser}$

Choix de la section d'acier

Si $A_{su} < A_{ser}$, on retient A_{ser}
Si $A_{su} > A_{ser}$, on retient A_{su}

Notations

M_u	moment de flexion à l'état limite ultime.
M_{ser}	moment de flexion à l'état limite de service.
A_{su}	section théorique d'armature à l'E.L.U.
A_{ser}	section théorique d'armature à l'E.L.S.

4. E.L.U. ou E.L.S. ?

EXERCICE

Indiquer, dans les différents cas ci-dessous, quel est l'état limite à considérer.

a. Équilibre d'un mur de soutènement
Exemple : *stabilité au renversement*

b. Cas de fissuration très préjudiciable
Exemple : *limitation des contraintes de traction des aciers*

c. Cas de limitation de flèche
Exemple : $f < L/500$ *si la longueur* $L < 5{,}00$ m.

d. Équilibre d'un poteau élancé (faible section, grande hauteur)

e. Contrainte de compression du béton imposée

Réponse

a : E.L.U. équilibre statique
b : E.L.S.
c : E.L.S.
d : E.L.U.S.F.
e : E.L.S.

2 Formulaire des poutres

But

Déterminer la valeur numérique des sollicitations telles que :
- actions aux appuis,
- effort tranchant, en particulier au voisinage des appuis,
- moment de flexion, en particulier $M_{f\,max}$.

Démarche proposée

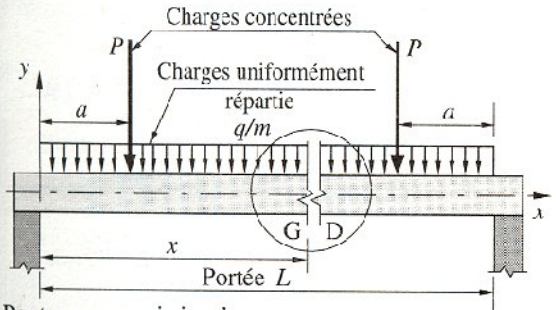
- Définir les liaisons mécaniques de la poutre (types d'appuis).
- Déterminer le (ou les) cas de charge (charges uniformes, réparties, concentrées, etc.).
- Effectuer le schéma mécanique de la poutre chargée.
- Décoder et sélectionner dans le formulaire le (ou les) cas de chargement correspondant.
- Choisir et utiliser les formules adéquates en appliquant, s'il y a lieu, le principe de superposition des états d'équilibre.

NB. Le formulaire ci-après est limité à quelques cas courants pour familiariser le lecteur à son utilisation.

1. Notations et conventions du formulaire des poutres

Notations (figure 1)

A	Appui de gauche } Travée AB
B	Appui de droite } Travée AB
$x'x$	Ligne moyenne continue représentative des centres de surface des sections le long de la poutre
q	Intensité de la charge uniformément répartie par mètre de poutre
P	Charge concentrée
C, D	Points d'application de la charge P
a	Distance de la charge concentrée à l'appui considéré
R_A, R_B	Actions des appuis A et B sur la poutre AB
V_A, V_B	Efforts tranchants aux appuis A et B
x	Abscisse d'une section courante
x_0	Abscisse où s'exerce le moment maximal M_0 dans la travée AB
M_x	Moment de flexion dans une section d'abscisse x
M_0	Moment maximal de flexion en travée



Poutre sur appui simple

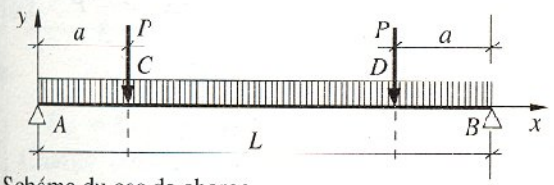


Schéma du cas de charge

Fig. 1

Conventions (figure 2)

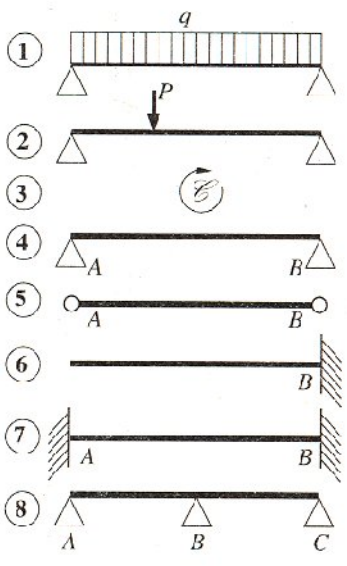
(1) Charge répartie uniforme
(2) Charge concentrée
(3) Couple de flexion

Types d'appuis :

(4) simples ou libres
(5) articulations
(6) encastrement à une seule extrémité
(7) encastrement à chaque extrémité
(8) Poutre continue (à plusieurs travées)

Représentation des moments de flexion :
diagramme disposé du côté de la fibre tendue de la poutre pour lever toute équivoque quant à la disposition des aciers de traction

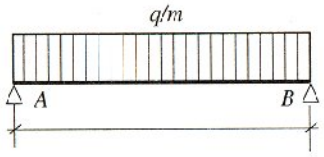
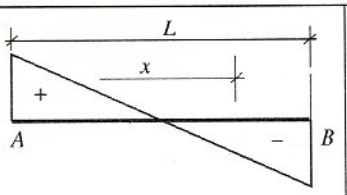
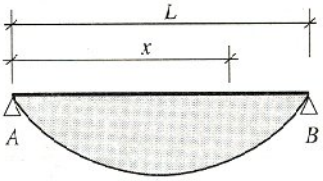
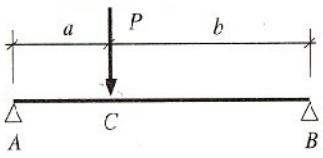
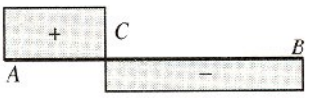
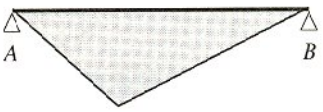
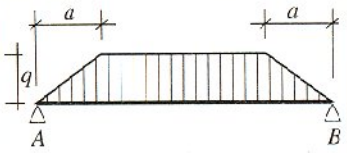
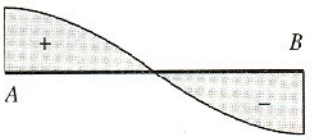
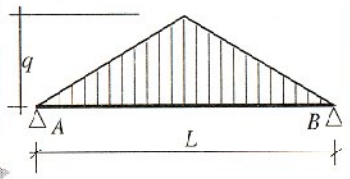
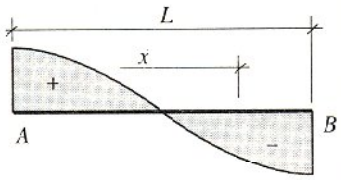
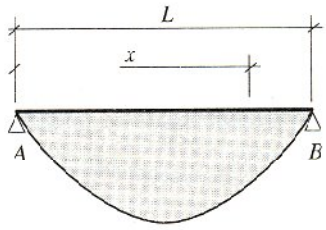
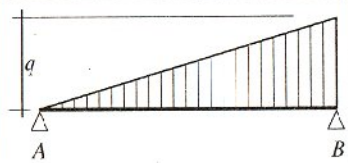
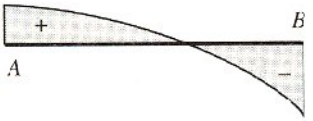
Représentation des efforts tranchants :
$V_A = R_A$ et $V_B = -R_B$
dans le cas d'une poutre à une seule travée AB

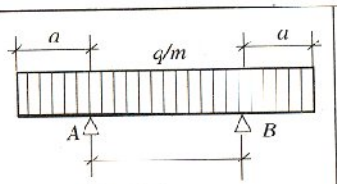
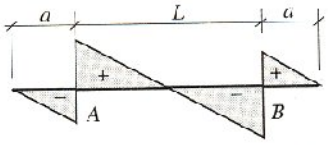
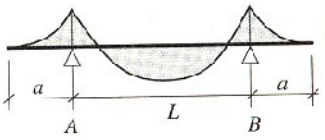
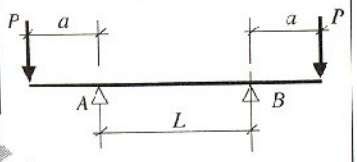
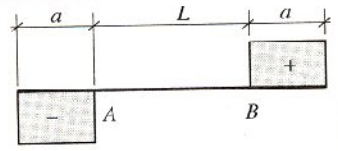
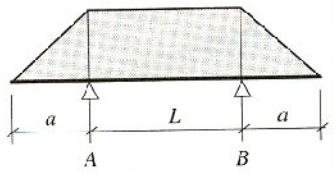
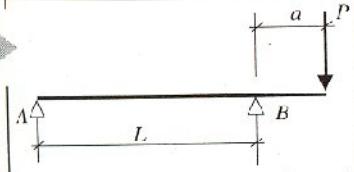
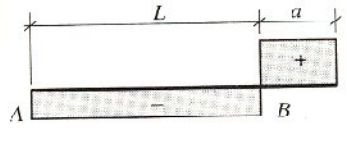
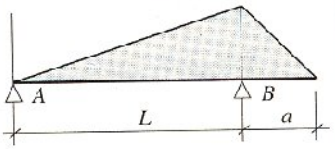


Schémas de représentation

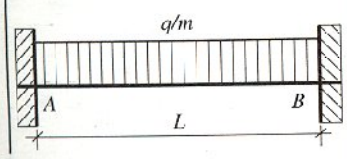
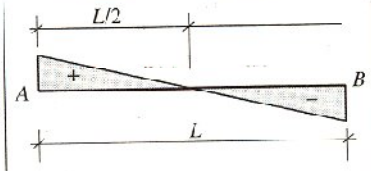
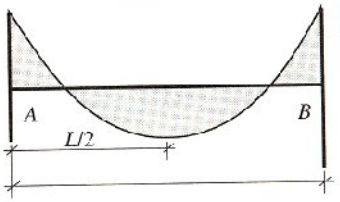
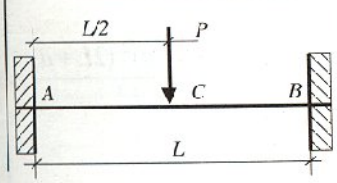
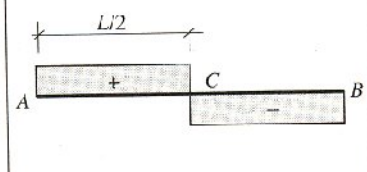
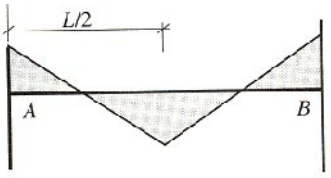
Fig. 2

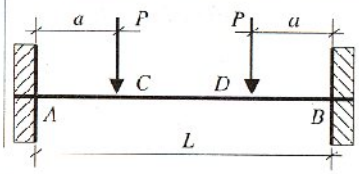
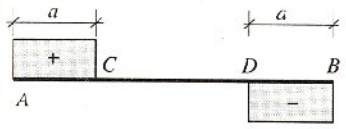
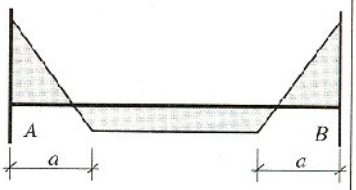
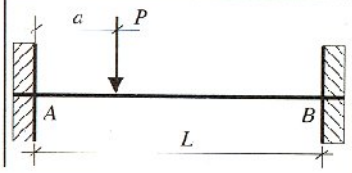
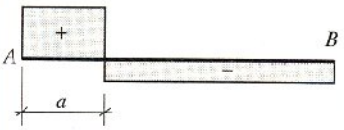
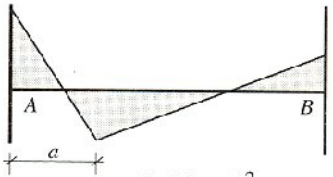
Poutres sur deux appuis simples

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
1  $R_A = \frac{qL}{2}$ $R_B = R_A$ Charge uniformément répartie	 $V_A = \frac{qL}{2}$ $V_B = \frac{qL}{2}$ $V(x) = \frac{qL^2}{2} - qx$	 $M_0 = \frac{qL^2}{8}$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$ $M(x) = \frac{qx}{2}(L-x)$	Flèche $f = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI}$ pour $x = \frac{L}{2}$
2  $R_A = \frac{P \cdot b}{L}$ $R_B = \frac{P \cdot a}{L}$ Charge concentrée P	 $V_{\overline{AC}} = R_A$ $V_{\overline{CB}} = -R_B$ $V_{\overline{AC}}$ signifie V entre A et C $V_{\overline{CB}}$ signifie V entre C et B	 $M_0 = \frac{P \cdot a \cdot b}{L}$ pour $x_0 = a$	Si $a = b = \frac{L}{2}$ $R_A = \frac{P}{2}$ $M_0 = \frac{P \cdot L}{4}$ $f = \frac{PL^3}{48\,EI}$
3  $R_A = \frac{q}{2}(L-a)$ $R_B = R_A$ Charge en trapèze régulier	 avec $Q = q\,(L-a)$ $V_A = \frac{Q}{2} - R_A$ $V_B = -R_B$	$M_0 = \frac{q}{2}\left[\frac{L^2}{4} - \frac{a^2}{3}\right]$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$	Charge uniformément répartie p/m^2 sur un trapèze S = aire du trapèze $Q_1 = p \cdot S$ $M_0' = \frac{Q_1}{2(L-a)}\left[\frac{L^2}{4} - \frac{a^2}{3}\right]$
4  $R_A = \frac{qL}{4}$ $R_B = R_A$ Charge répartie (triangle isocèle)	 $V_A = R_A$ $V_B = -R_B$ $V(x) = \frac{qL}{4}\left[1 - 4\frac{x^2}{L^2}\right]$ pour $x \leq \frac{L}{2}$	 $M_0 = \frac{qL^2}{12}$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$	Avec $P = \frac{qL}{2}$: $R_A = \frac{P}{2} = R_B$ $M_0 = \frac{PL}{6}$ $V = 0$ pour $x = \frac{L}{2}$
5  $R_A = \frac{qL}{6}$ $R_B = \frac{qL}{3}$ Charge à répartition variable	 $V_A = R_A$ $V_B = -R_B$ $V = 0$ pour $x = \frac{L}{\sqrt{3}}$	$M(x) = \frac{qLx}{6}\left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right]$ $M_0 = \frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$ pour $x_0 = \frac{L}{\sqrt{3}}$	Avec $P = \frac{q \cdot L}{2}$ $R_A = \frac{P}{3}$ $R_B = \frac{2}{3}P$ $M_0 = \frac{2PL}{9\sqrt{3}}$

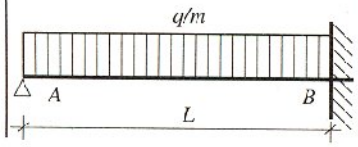
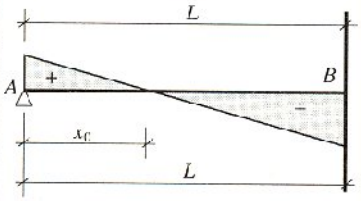
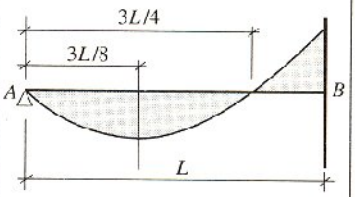
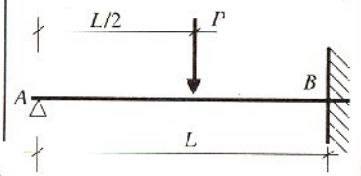
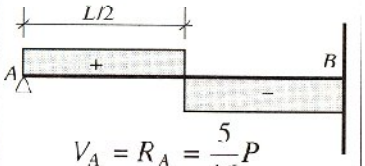
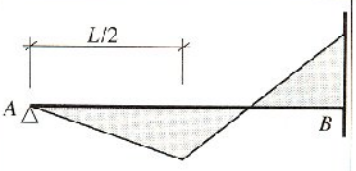
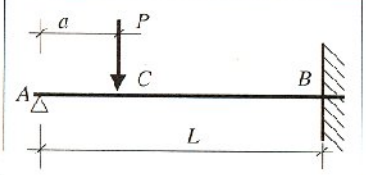
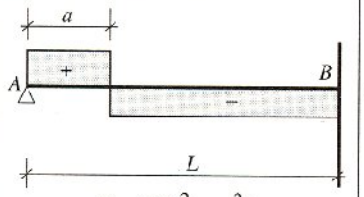
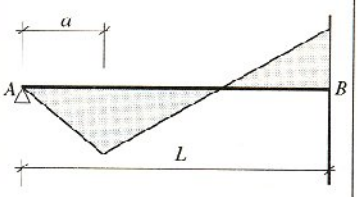
Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
6  $R_A = q\dfrac{(L+2a)}{2}$ $R_B = R_A$ Charges uniformément réparties	 $V_{gA} = -qa$ $V_{gB} = -\dfrac{qL}{2}$ $V_{dA} = \dfrac{qL}{2}$ $V_{dB} = qa$	 $M_0 = \dfrac{q}{8}(L^2 - 4a^2)$ à mi-portée $M_A = M_B = -q\dfrac{a^2}{2}$	V_{gA} signifie: effort tranchant immédiatement à gauche de la section située en A V_{dA}: V à droite de A
7  $R_A = P$ $R_B = P$ Charges concentrées sur porte-à-faux	 $V_{gA} = -P$ $V_{dB} = P$ $V_{\overline{AB}} = 0$	 $M_0 = -P \cdot a$	Moment constant de A à B
8  $R_A = -\dfrac{P \cdot a}{L}$ $R_B = \dfrac{P(L+a)}{L}$ Charge concentrée sur 1 porte-à-faux	 $V_{\overline{AB}} = R_A$ $V_{dB} = P$	 $M_0 = M_B = -P \cdot a$	Sens des actions aux appuis: R_A: vers le bas R_B: vers le haut

Poutre encastrée à chaque extrémité

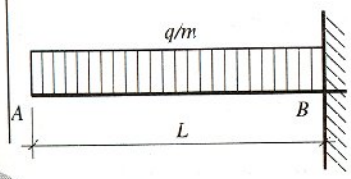
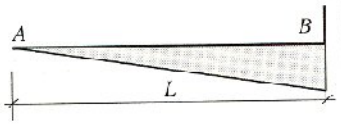
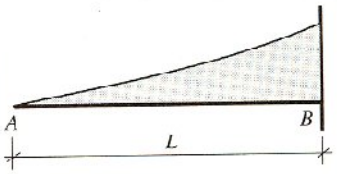
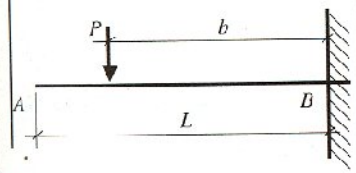
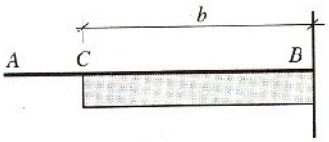
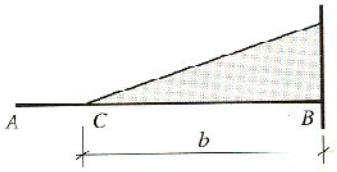
Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
9  $R_A = \dfrac{qL}{2}$ $R_B = \dfrac{qL}{2}$ Charge uniformément répartie	 $V_A = R_A$ $V_B = -R_B$	 $M_A = -\dfrac{qL^2}{12}$ $M_B = -\dfrac{qL^2}{12}$	Pour $x_0 = L/2$: $V = 0$ $M_0 = \dfrac{qL^2}{24}$ Flèche $= \dfrac{qL^4}{384EI}$
10  $R_A = P/2$ $R_B = P/2$ Charge concentrée P en $L/2$	 $V_A = P/2$ $V_B = -P/2$	 $M_A = -\dfrac{PL}{8}$ $M_B = -\dfrac{PL}{8}$	Pour $x_0 = L/2$: $V = 0$ $M_0 - \dfrac{PL}{8}$

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
11  $R_A = P \quad R_B = P$ Deux charges concentrées P	 $V_A = R_A \quad V_B = -R_B$ $V_{CD} = 0$	 $M_A = -\dfrac{Pa(L-a)}{L} = M_B$	Entre C et D : $M = \dfrac{Pa^2}{L}$
12  Charge concentrée P	 $V_B = \dfrac{Pa^2(3L-2a)}{L^3}$ $V_A = \dfrac{P(L-a)^2(L+2a)}{L^3}$	 $M_A = -\dfrac{Pa(L-a)^2}{L^2}$ $M_B = -\dfrac{Pa^2(L-a)}{L^2}$	Pour $x_0 = a$: $V = 0$ $M_0 = \dfrac{2Pa^2(L-a)^2}{L^3}$

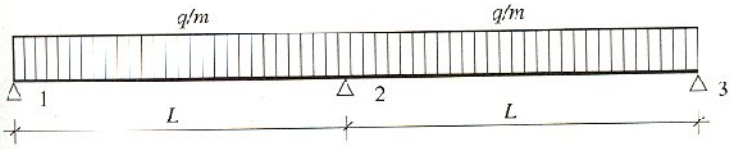
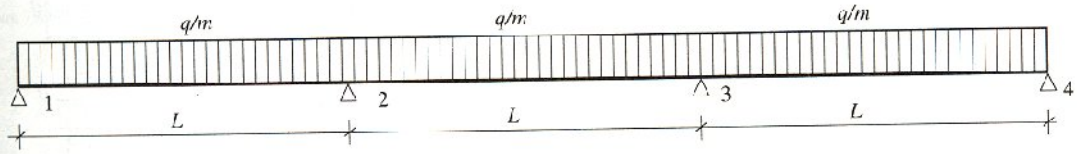
Poutre encastrée à une extrémité et sur appui libre à l'autre

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
13  $R_A = \dfrac{3}{8}qL \quad R_B = \dfrac{5}{8}qL$ Charge uniformément répartie	 $V(x) = R_A - qx$ $V_A = R_A \quad V_B = -R_B$	 $M_A = 0 \quad M_B = -\dfrac{qL^2}{8}$ $M_0 = \dfrac{9}{128}qL^2$ pour $x_0 = \dfrac{3L}{8}$	$V = 0$ pour $x_0 = \dfrac{3}{8}L$ $M = 0$ pour $x = \dfrac{3}{4}L$
14  Charge concentrée en $L/2$	 $V_A = R_A = \dfrac{5}{16}P$ $V_B = -R_B = \dfrac{11}{16}P$	 $M_A = 0 \quad M_B = -\dfrac{3}{16}PL$	Pour $x_0 = L/2$: $M_0 = \dfrac{5}{32}PL$
15  Charge concentrée P	 $V_B = -\dfrac{Pa(3L^2-a^2)}{2L^3} = -R_B$ $V_A = \dfrac{P(L-a)^2(2L+a)}{2L^3} = R_A$	 $M_A = 0 \quad M_B = -\dfrac{Pa(L^2-a^2)}{2L^2}$	Pour $x_0 = a$: $M_0 = \dfrac{Pa(L-a)^2(2L+a)}{2L^3}$

Poutres en console

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
			Flèche en A : $f = \dfrac{qL^4}{8EI}$
16 $R_B = qL$ Charge uniformément répartie	$V_B = -qL$ $V(x) = -px$	$M_B = -\dfrac{qL^2}{2}$ $M(x) = -q\dfrac{x^2}{2}$	
			Flèche en C : $f = \dfrac{Pb^3}{3EI}$ Flèche en A : $f = \dfrac{Pb^2}{6EI}(3L-b)$
17 $R_B = P$ Charge concentrée	$V_A = 0$ $V_{\overline{CB}} = -P$	$M_B = -Pb$	

Poutres continues (cas simples)

Charge uniformément répartie	Moments en travée
$M_1 = 0$ $M_2 = -0{,}125qL^2$ $M_3 = 0$ ← Moment sur appuis  18 $R_1 = 0{,}375qL$ $R_2 = 1{,}250qL$ $R_3 = 0{,}375qL$ ← Actions des appuis Cas de deux travées	$M_{1-2} = 0{,}070qL^2$ $M_{2-3} = 0{,}070qL^2$
$M_1 = 0$ $M_2 = -0{,}100qL^2$ $M_3 = -0{,}100qL^2$ $M_4 = 0$  19 $R_1 = 0{,}400qL$ $R_2 = 1{,}100qL$ $R_3 = 1{,}100qL$ $R_4 = 0{,}400qL$ Cas de trois travées	$M_{1-2} = 0{,}080qL^2$ $M_{2-3} = 0{,}025qL^2$ $M_{3-4} = 0{,}080qL^2$

3. Mode d'utilisation du formulaire

EXERCICES D'APPLICATION DE DIFFICULTÉ PROGRESSIVE

1 Poutre sur deux appuis

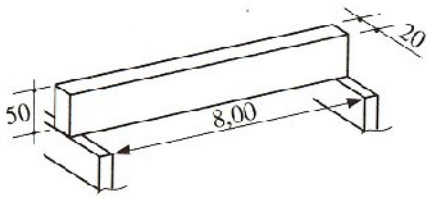


Fig. 3 Schéma perspectif de la poutre

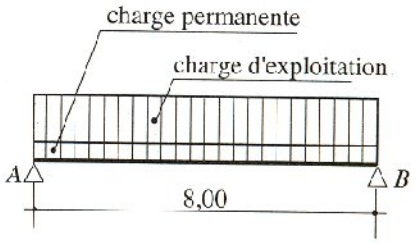


Fig. 4 Poutre sur deux appuis

Données

- Appuis simples aux extrémités
- Section de poutre : 20 cm × 50 cm
- Portée entre appuis : 8,00 m
- Charge d'exploitation uniformément répartie :
  12 000 N/m ou
  12 kN ou 0,012 MN

Hypothèses de fonctionnement à l'E.L.U.R.

Combinaison d'action

G : charge permanente

Q_B : charge d'exploitation

$$1{,}35\,G + 1{,}5\,Q_B$$

Déterminer :

- *les action aux appuis R_A, R_B ;*
- *les efforts tranchants V_A, V_B et $V(x)$ pour déterminer les cadres et étriers ;*
- *les moments de flexion M_0 et $M(x)$ pour déterminer les sections d'acier tendu.*

Réponse : application directe du formulaire

- Charge permanente par mètre de poutre
  $0{,}20 \times 0{,}50 \times 25\,000 = 2\,500$ N/m
- Combinaison de charge $(1{,}35\,G + 1{,}5\,Q_B)$
  $1{,}35 \times 2\,500 + 1{,}5 \times 12\,000 = 21\,375$ N/m
- Utilisation du formulaire : cas n° 1

$R_A = R_B = qL/2 = 85\,500$ N

$V_A = 85\,500$ N et $V_B = -85\,500$ N

$V(x) = qL/2 - qx = 85\,500 - 21\,375\,x$

pour $x = 1$ m $\longrightarrow V(1) = 64\,125$ N

pour $x = 2$ m $\longrightarrow V(2) = 42\,750$ N

pour $x = 4$ m $\longrightarrow V(4) = 0$

$$M_0 = q\frac{L^2}{8} = 171\,000 \text{ Nm}$$

$$M(x) = \frac{21375}{2} \cdot x \cdot (8-x)$$

pour $x = 1$ m $\longrightarrow M(1) = 74\,812$ Nm

pour $x = 2$ m $\longrightarrow M(2) = 128\,250$ Nm

2 Poutre sur appuis libres

Données

- Section de poutre B.A. : 15 cm × 50 cm
- Portée entre appuis : 6,00 m
- Charge d'exploitation :
  - une charge répartie en triangle isocèle sur toute la longueur L de la poutre (valeur max $q_1 = 9\,000$ N/m) ;
  - une charge concentrée $P = 20\,000$ N à mi-portée.

Déterminer les valeurs numériques de V_A et de M_0 pour un calcul de la section d'acier à l'E.L.U.R.

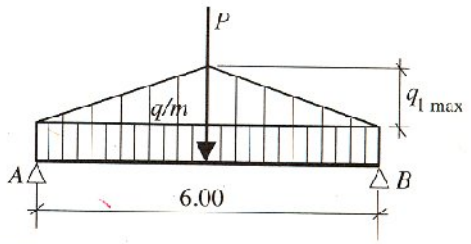


Fig. 5 Poutre sur appuis libres

Réponse : application du principe de superposition

Nature des charges	Formulaire
Charge permanente uniformément répartie $q_{u1} = 1{,}35 \times 1\,875 = 2\,531$ N/m • Effort tranchant à l'appui A $V_A = 2\,531 \times \frac{6{,}00}{2} = 7\,593$ N • Moment de flexion à mi-portée $M_0 = 2\,531 \times \frac{6{,}00^2}{8} = 11\,390$ Nm	Cas n° 1 $V_B = q\frac{L}{2}$ $M_0 = q\frac{L^2}{8}$
Charges d'exploitation • Charge répartie en triangle isocèle $q_{u2} = 1{,}5 \times 9\,000 = 13\,500$ N $V_A = 13\,500 \times \frac{6{,}00}{4} = 20\,250$ N $M_0 = 13\,500 \times \frac{6{,}00^2}{12} = 40\,500$ Nm • Charge concentrée $P_u = 1{,}5\,P = 30\,000$ N $V_A = \frac{P_u}{2} = 15\,000$ N $M_0 = \frac{P_u}{4}L = 45\,000$ Nm	Cas n° 4 Cas n° 2

Charge permanente : poids propre par mètre de poutre

$0{,}15 \times 0{,}50 \times 1{,}00 \times 25\,000 = 1\,875$ Nm

Application du principe de superposition

Sommation des résultats partiels ci-contre :

$V_A = 7\,593 + 20\,250 + 15\,000 = 42\,843$ N

$M_0 = 11\,390 + 40\,500 + 45\,000 = 96\,890$ Nm

(x_0 étant égal à $\frac{L}{2}$)

3 Poutre encastrée à ses deux extrémités

Calculer les moments d'encastrement sur appuis et le moment maximal en travée à l'E.L.U.R.

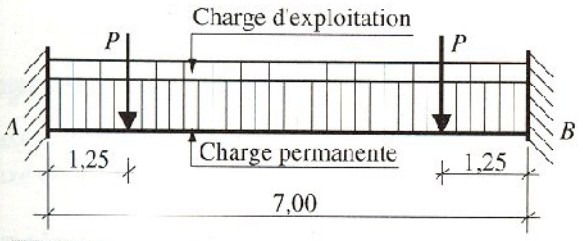


Fig. 6 Poutre encastrée à ses deux extrémités

Données

Section : 20 cm × 55 cm ; *portée :* 7,00 m

La poutre supporte en charges d'exploitation :

- *deux charges concentrées de même intensité,* $P = 26\,000$ N, *situées chacune à* 1,25 m *de chaque extrémité ;*
- *une charge d'exploitation uniformément répartie de* 18 000 N/m.

Réponse

Combinaison d'action : 1,35 G + 1,5 Q_B

- **Charges uniformément réparties p.m.**

  $q_u = 1{,}35 \times 2\,750 + 1{,}5 \times 18\,000 = 30\,712$ N/m

  Formulaire : cas n° 9 ⟶

  $M_A = M_B = -125\,409$ Nm

  $M_0 = +62\,705$ Nm

- **Charges concentrées d'exploitation**

  $P_u = 1{,}5 \times 26\,000 = 39\,000$ N

  Formulaire : cas n° 11 ⟶

  $M_A = M_B = -40\,045$ Nm

  $M_0 = +8\,705$ Nm

- **Effet total des charges réparties et concentrées**

  $M_A = M_B = -165\,454$ Nm

  $M_0 = +71\,410$ Nm pour $x_0 = \frac{L}{2}$

3 Caractéristiques géométriques des sections

But

Déterminer, pour une section donnée d'un élément fléchi ou comprimé, les caractéristiques géométriques qui servent à étudier, par la suite, l'équilibre d'une section B.A. sous l'effet des sollicitations.

1 Moment statique (symbole M_s)

Il sert à trouver le centre de gravité (C.d.G.) d'une surface donnée (S), par rapport à un axe situé dans son plan.

Dans le cas du béton armé, l'équation dite du «Moment statique» permet de trouver la position de la fibre neutre d'une section (axe Gx, passant par le centre de gravité G).

La distance de la fibre neutre à la fibre la plus comprimée de la section permet de calculer le moment quadratique par rapport à l'axe Gx.

2 Moment quadratique (symbole $I_{\text{axe considéré}}$)

Il intervient dans le calcul des:

- contraintes de compression du béton et de traction des aciers dans une section de béton armé soumise à un moment de flexion;
- contraintes de cisaillement dues à l'effort tranchant;
- déformations (***exemples**: flèche des éléments*).

1. Moment statique (rappels)

Théorème

Le moment statique d'une surface plane par rapport à un axe passant dans son plan est égal au produit de l'aire de cette surface par la distance de son centre de gravité (ou centre de surface) à l'axe considéré:

$$M_s / Ox = S \cdot y_G$$
$$M_s / Oy = S \cdot x_G$$

Unités usuelles

Aire totale S	cm^2
Ordonnée y	cm
Abscisse x	cm
Moment statique M_s	cm^3

Propriétés

Si l'axe Ox passe par le centre de gravité $\longrightarrow M_s / Ox = 0$

Si l'axe Oy passe par le centre de gravité $\longrightarrow M_s / Oy = 0$

Principe de calcul pour une section homogène

Prenons une section en Té pour servir d'exemple:

Aire élémentaire	Distance du C.D.G. à l'axe Ox	Produit
A_1	y_1	$A_1 \cdot y_1$
A_2	y_2	$A_2 \cdot y_2$
A_3	y_3	$A_3 \cdot y_3$

$$M_s / Ox = \sum A_i \cdot y_i = S \cdot y_G$$

On en déduit $y_G = \dfrac{M_s / Ox}{S}$

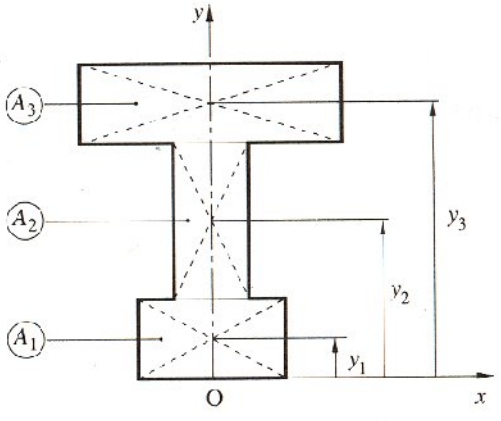


Fig. 1

2. Moment quadratique (rappels)

Définition

Le moment quadratique d'un élément de surface plane par rapport à un axe Ox, situé dans son plan, est égal au produit de l'aire ds de cet élément par le carré de sa distance à l'axe considéré Ox.
Le moment quadratique de la surface plane S contenant tous les éléments d'aire ds, par rapport à l'axe Ox, est égal à la somme des moments quadratiques élémentaires:

$$I_{Ox} = \int_{y\ \min}^{y\ \max} y^2\, ds$$

Méthode de calcul

Traitons un exemple simple, le **cas de la section rectangulaire**

- Calculons le moment quadratique par rapport à l'axe Ox
- Soit un élément de surface d'aire $ds = b \cdot dy$
  Sa distance à l'axe Ox est y qui varie entre 0 et h.

$$I_{Ox} = \int_0^h y^2\, ds = \int_0^h y^2 \cdot b \cdot dy$$

$$\boxed{I_{Ox} = \frac{b \cdot h^3}{3}} \qquad (1)$$

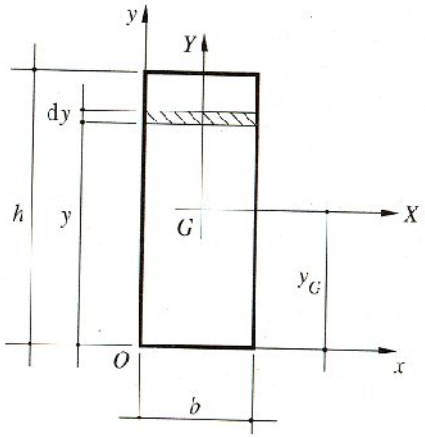


Fig. 2

Remarque *: on obtient de même* $I_{Oy} = \frac{h \cdot b^3}{3}$

Théorème de Huyghens

Le moment quadratique d'une surface plane S, par rapport à un axe Ox de son plan, est égal à la somme:

- du moment quadratique I_{GX} de cette surface par rapport à l'axe GX, parallèle à Ox et passant par le C.d.G. (fig. 2);
- du produit de l'aire de la surface S par le carré de la distance y_G du centre de gravité à l'axe Ox.

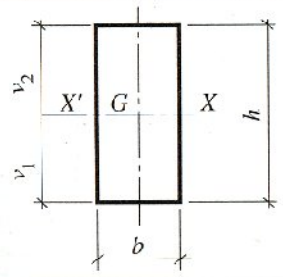
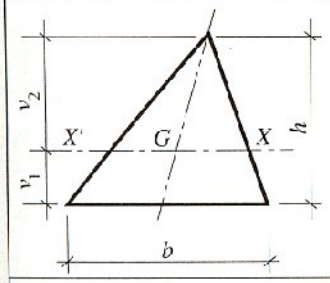
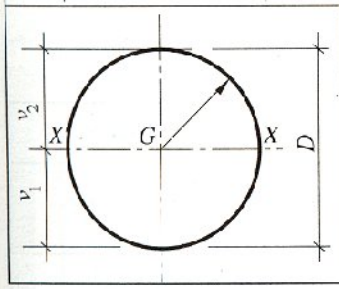
$$\boxed{I_{Ox} = I_{GX} + S \cdot y_G^2} \qquad (2)$$

Application à la section rectangulaire pour déterminer I_{GX}

$$I_{GX} = I_{Ox} - S \cdot y_G^2$$

$$I_{GX} = \frac{bh^3}{3} - b \cdot h \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad \text{d'où} \quad \boxed{I_{GX} = \frac{bh^3}{12}} \qquad (3)$$

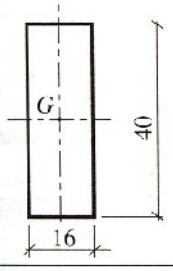
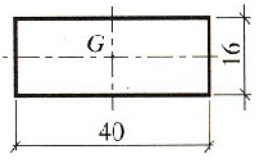
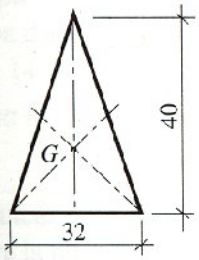
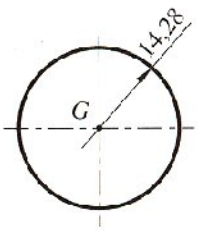
3. Tableau des caractéristiques des sections courantes

Forme de la section	Aire	Centre de gravité	Moment quadratique
	*Rectangle* $A = b \times h$	*Position de G* $v_1 = \frac{h}{2} = v_2$	*Par rapport au C.d.G.:* $I_{X'X} = \frac{bh^3}{12}$ *Par rapport à la base:* $I_{x'x} = \frac{bh^3}{3}$
	*Triangle* $A = \frac{b \times h}{2}$	$v_2 = \frac{2}{3}h$ $v_1 = \frac{h}{3}$	$I_{X'X} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{x'x} = \frac{bh^3}{12}$
	*Disque* $A = \frac{\pi D^2}{4}$	$v_1 = \frac{D}{2} = r$	$I_{X'X} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4}$

Remarque: *le rayon de giration est tel que:* $r^2_{x'x} = \dfrac{I_{x'x}\,(\text{moment quadratique})}{A\ (\text{aire de la section})}$ soit $r_{x'x} = \sqrt{\dfrac{I_{x'x}}{A}}$

EXERCICE D'APPLICATIONS NUMÉRIQUES

- *Calculer en utilisant le tableau ci-dessus:* S, v_1, I_{GX}, I_{Ox}.
- *Masquer les résultats indiqués.*
- *Contrôler les résultats obtenus.*

Section	Résultats	Section	Résultats
	$A = 640$ cm^2 $v_1 = 20$ cm $I_{GX} = 85\,333$ cm^4 $I_{Ox} = 341\,333$ cm^4		$A = 640$ cm^2 $v_1 = 8$ cm $I_{GX} = 13\,653$ cm^4 $I_{Ox} = 54\,613$ cm^4
	$A = 640$ cm^2 $v_1 = 13{,}33$ cm $I_{GX} = 56\,889$ cm^4 $I_{Ox} = 170\,667$ cm^4		$A = 640$ cm^2 $v_1 = 14{,}28$ cm $I_{GX} = 32\,659$ cm^4

4. Section en forme de Té

Établissons les formules pour calculer y_G et I_{GX} dans une section homogène en Té dans le cas où $y_G > h_0$.

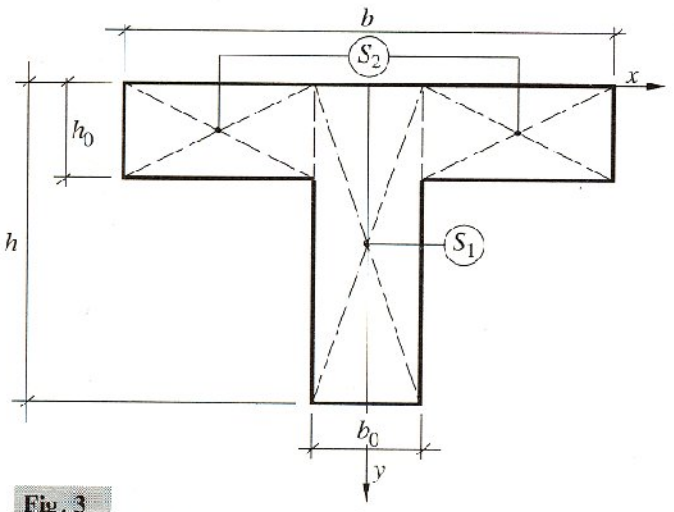


Fig. 3 Calcul de y_G

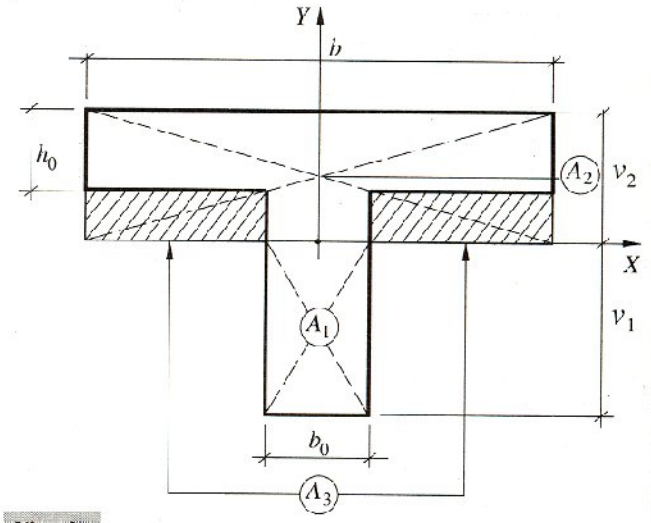


Fig. 4 Calcul de I_{GX}

Calcul de y_G (ou v_2)			**Calcul de I_{GX} en fonction de v_1 et de v_2**	
Aires	Distance du C.d.G. à l'axe Ox	Produit	Aires	$I_{GX} = I_1 + I_2 + I_3$
$S_1 = b_0 \cdot h$	$\frac{h}{2}$	$\frac{b_0 h^2}{2}$	$A_1 = b_0 \cdot v_1$	$I_1 = \frac{b_0 \cdot v_1^3}{3}$
$S_2 = (b - b_0)\, h_0$	$\frac{h_0}{2}$	$\frac{(b - b_0)\, h_0^2}{2}$	$A_2 = b \cdot v_2$	$I_2 = \frac{b \cdot v_2^3}{3}$
$S = S_1 + S_2$	$M_s / Ox = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0)\, h_0^2}{2}$		$A_3 = (b - b_0)(v_2 - h_0)$	$I_3 = (b - b_0) \frac{(v_2 - h_0)^3}{3}$
$y_G = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0)\, h_0^2}{2S} = v_2$			$I_{GX} = \frac{b_0 \cdot v_1^3}{3} + \frac{b \cdot v_2^3}{3} - (b - b_0) \frac{(v_2 - h_0)^3}{3}$	
NB. Choix de l'axe Ox passant par l'arrête supérieure de la section.			*NB. Choix de l'axe GX passant par le C.d.G. Les rectangles hachurés d'aire totale A_3 sont à déduire dans les calculs.*	

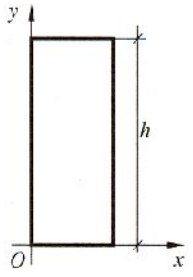
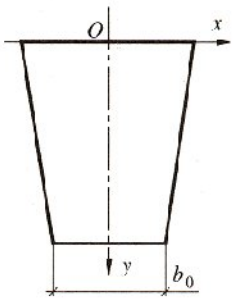
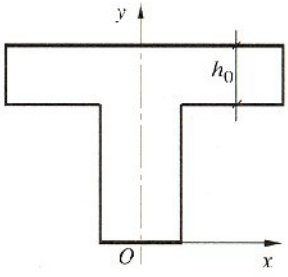
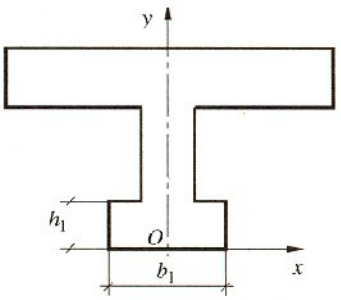
Exemple numérique avec:

$$b_0 = 20 \text{ cm}; \quad b = 80 \text{ cm}; \quad h_0 = 18 \text{ cm}; \quad h = 78 \text{ cm}.$$

L'application des formules ci-dessus donne:

$$y_G = 26{,}73 \text{ cm} \quad \text{et} \quad I_{GX} = 1\,394\,443 \text{ cm}^4.$$

- *Choix préalable d'un référentiel Ox, Oy.*
- *Choix de surfaces élémentaires.*
- *Détermination de y_G avec le moment statique.*
- *Utilisation du théorème de Huyghens pour I_{GX} ou I_{Ox}.*

Rectangle	Trapèze	Té	Section en «I»
			
$b = 15$ cm $h = 45$ cm	$b = 30$ cm $b_0 = 20$ cm $h = 45$ cm	$b = 50$ cm $b_0 = 20$ cm $h = 45$ cm $h_0 = 12$ cm	$b = 65$ cm $b_0 = 15$ cm $b_1 = 22$ cm $h = 45$ cm $h_0 = 10$ cm $h_1 = 15$ cm
Réponses			
$I_{Ox} = 455\,625$ cm^4 $I_{GX} = 113\,906$ cm^4	$v_1 = 21$ cm $I_{Ox} = 683\,438$ cm^4 $I_{GX} = 187\,313$ cm^4	$v_1 = 27,214$ cm $I_{Ox} = 1\,159\,380$ cm^4 $I_{GX} = 226\,202$ cm^4	$v_1 = 28,105$ cm $I_{Ox} = 1\,267\,667$ cm^4 $I_{GX} = 256\,606$ cm^4

5. Application aux sections courantes de béton armé

Principes de calcul (préliminaires indispensables)

1° Le béton tendu est négligé dans les calculs du C.d.G. et de I_G (sauf cas particuliers).

2° Le moment quadratique des aciers I_A par rapport à l'axe passant par leur propre centre de gravité est également négligé.

3° La section d'acier est prise équivalente à une section fictive de béton:

coefficient d'équivalence n pris égal à 15.

Exemple

Section d'acier constituée par:

4 H A 14 + 4 H A 16 → Section totale $A_s = 14{,}20$ cm^2

Section fictive équivalente en béton: $A_s \times 15$

Soit: $14,20 \text{ cm}^2 \times 15 = 213 \text{ cm}^2$

4° La hauteur utile de la section (symbole d) est égale à la distance de la fibre la plus comprimée du béton au C.d.G. des aciers tendus.

Remarques

1. La hauteur utile de la section, symbole d, est prise égale à la distance entre le C.d.G. des aciers tendus et la fibre la plus comprimée de la section.

2. Rappel: le moment statique par rapport à un axe passant par le C.d.G. de la section est nul

$$\Sigma M_S / GX = 0$$

(équation du second degré en Y dite du «Moment statique»).

Cas d'une section rectangulaire (fig. 5)

On veut calculer $y_G = Y$ et I_{GX}.

Position de l'axe passant par le C.d.G.		
Aire élémentaire	Distance algébrique du C.d.G. à l'axe GX	Moment statique
$S_1 = b \cdot Y$	$\frac{Y}{2}$	$\frac{b \cdot Y^2}{2}$
$S_2 = n \cdot A_s$	$-(d - Y)$	$-n \cdot A_s (d - Y)$
$\sum M_s / GX = 0 \longrightarrow \frac{b \cdot Y^2}{2} - n \cdot A_s (d - Y) = 0$		

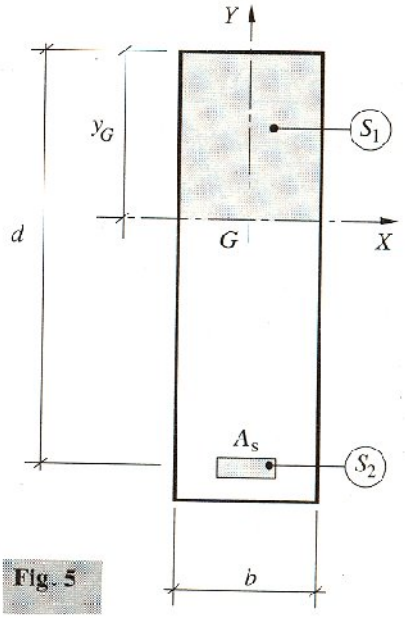


Fig. 5

Section B.A. rectangulaire

Calcul de I_{GX}, par application du théorème de Huyghens et en tenant compte des principes de calcul pour les sections B.A.:

$$I_{GX} = \frac{b \cdot Y^3}{3} - n \cdot A_s (d - Y)^2$$

Exemple numérique avec:

$b = 18$ cm; $d = 45$ cm; $A_s = 8{,}04$ cm^2

Par utilisation des deux formules précédentes, on trouve:

$Y = y_G = 18{,}75$ cm; $I_{GX} = 122\,652$ cm^4

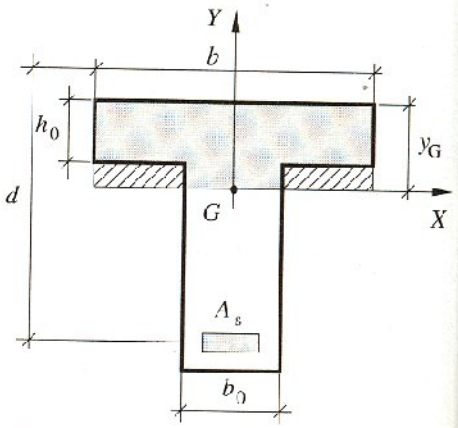


Fig. 6

Section B.A. en Té

Cas d'une section en forme de Té (fig. 6)

Étudions le cas où $Y = y_G > h_0$

Remarque: Si $y_G < h_0$, il s'agit d'une section rectangulaire en raison de la zone de béton tendu, non prise en compte dans les calculs.

Équation du moment statique			Moment quadratique I_{GX}	
Aire	Distance	Moment statique	Aire	Expression de I_{GX}
$b \cdot Y$	$\frac{Y}{2}$	$\frac{b \cdot Y^2}{2}$	$b \cdot Y_1$	$\frac{b \cdot Y^3}{3}$
$(b - b_0)(Y - h_0)$	$\frac{(Y - h_0)}{3}$	$(b - b_0)\frac{(Y - h_0)^2}{2}$	$(b - b_0)(Y - h_0)$	$(b - b_0)\frac{(Y - h_0)^3}{3}$
$n \cdot A_s$	$-(d - Y)$	$-n \cdot A_s (d - Y)$	$n \cdot A_s$	$n \cdot A_s (d - Y)^2$
$\sum M_s / GX = 0 \longrightarrow \frac{b \cdot Y^2}{2} - (b - b_0)\frac{(Y - h_0)^2}{2} - n \cdot A_s (d - Y) = 0$			Total des valeurs algébriques: $I_{GX} = \frac{bY^3}{3} - (b - b_0)\frac{(Y - h_0)^3}{3} + n \cdot A_s (d - Y)^2$	

Exemple numérique : section en Té, en matériau homogène

$b = 80$ cm ; $b_0 = 20$ cm ; $h_0 = 12$ cm ; $d = 72$ cm

L'application des formules précédentes (p. 18) donne :

$y_G = 17,708$ cm ; $I_{GX} = 772\,197$ cm^4

EXERCICE D'ASSIMILATION

Sections rectangulaires		Section en Té	
Données	**Réponse**	**Données**	**Réponse**
b = 20 cm d = 60 cm A_s = 4 HA 20	y_G = 25,5 cm I_{GX} = 334 964 cm^4	b = 80 cm b_0 = 20 cm h_0 = 12 cm d = 60 cm	y_G = 26,25 cm I_{GX} = 1 202 897 cm^4
b = 15 cm d = 55 cm A_s = 3 HA 16	y_G = 20,42 cm I_{GX} = 150 731 cm^4	A_s = 1 HA 20 + 8 HA 25 totalisant 42,41 cm^2	

4 Actions permanentes et variables

But

Il s'agit de déterminer la nature et l'intensité des différentes charges ou actions qui agissent sur une structure et en particulier sur l'un de ses éléments (exemples : poteau, poutre, plancher, fondation, etc.).

Démarche proposée

- **Analyser** les actions permanentes et variables pour les combinaisons de charges à l'E.L.U. ou à l'E.L.S.
- **Utiliser** les extraits de normes et fiches techniques des fabricants qui indiquent :
  - les poids volumiques ou surfaciques,
  - les charges d'exploitation.
- **Évaluer** les charges sur les éléments porteurs compte tenu du cahier des prescriptions techniques du maître d'œuvre.

1. Nature des actions (B.A.E.L. A3)

Actions permanentes

(symbole général G)

Symboles et désignation

G_1 : **Poids propre des structures**, maçonneries ou béton armé
Exemple : fondations, murs.

G_2 : **Poids des autres éléments de** la construction
Exemple : couverture, charpente, carrelages.

G_3 : **Forces exercées par la poussée** des terres ou la pression des liquides
Exemple : *cas des murs de sous-sol.*

G_4 : **Déformation différées dans le temps**
Exemple : *celles causées par le retrait du béton.*

Actions variables

(symbole général Q)

Symboles et désignation

Q_1 : **Charges d'exploitation**
Exemple : *charges uniformément réparties sur les planchers* (symbole Q_B)

Q_2 : **Charges climatiques**
- action du vent (symbole W)
- action de la neige (symbole S_n)

Q_3 : **Action de la température**, (symbole T)
Coefficient de dilatation du béton armé : 10^{-5}

Q_4 : **Actions passagères en cours d'exécution**
Exemple : *dépôts de palettes de matériaux.*

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Désigner par le symbole correspondant, la charge permanente ou variable, dans la liste ci-contre :

Masquer les réponses ci-dessous et contrôler les vôtres. ↓

Liste des actions			
• Plancher B.A.	→	type d'action	G_1
• Voile B.A.	→	?	G_1
• Coffre-fort sur plancher	→	?	Q_1
• Cloisons sur plancher	→	?	G_2
• Poutre B.A.	→	?	G_1
• Charpente bois ou métal	→	?	G_2
• Chauffe-eau 200 dm^3	→	?	Q_1
• Neige sur versant ou terrasse	→	?	S_n
• Personnes sur planchers	→	?	Q_1
• Voitures (actions des roues)	→	?	Q_1

2. Évaluation des charges permanentes (Extraits NF P 06-004)

2.1 Matériaux de construction

Béton armé	25 000 N/m³
Acier	78 500 N/m³
Maçonneries de moellons	23 000 N/m³
Calcaire compact	28 000 N/m³
Bois – conifères	6 000 N/m³
Bois – feuillus	8 000 N/m³
Bois – tropicaux durs	10 000 N/m³

Autres éléments
(poids par m² et par cm d'épaisseur)

Carreaux de plâtre	: 100 N/m²/cm
Enduit de plâtre	: d°
Enduit de mortier hydraulique	: 180 N/m²/cm
Complexes isolants	: voir fiches des fabricants

2.2 Éléments constitutifs des maçonneries

Désignation	Epr (cm)	Poids (N/m²)
Briques pleines	5,5	1 050
	10,5	2 000
Briques creuses	15	1 300
	20	1 750
	25	2 050
Blocs pleins en béton de gravillons lourds	15	3 150
	20	4 200
Blocs creux en béton de gravillons lourds	15	2 000
	20	2 700
Blocs pleins de béton cellulaire	15	1 200
	20	1 600
	25	2 050
Pierre de taille :		
– parois pleines	20	5 300
– auto-portant	8	2 200
– attaché	3	800

2.3 Poids des éléments constitutifs des planchers

- **Dalles pleines : 250 N/m²/cm d'épaisseur**
  Exemple : dalle B.A. de 18 cm d'épr ⟶ 4 500 N/m²
- **Planchers à poutrelles préfabriquées et entrevous**
  (voir fiches des fabricants : exemple P.P.B.)

  A titre indicatif, le poids, en N/m², dépend des épaisseurs et des entrevous utilisés :

Poids en N/m² des planchers courants avec : poutrelles + entrevous + table de compression (épr : 4 à 5 cm)

Type (épr en cm)	Entrevous		
	Béton	Polystyrène	Terre cuite
12 + 4	2 500	1 700	2 300
16 + 4	2 850	2 000	2 600
20 + 4	3 300	2 100	3 000

2.4 Revêtements des planchers

- **Chape en mortier**
  ou dalle flottante : 200 N/m²/cm d'épr
  Exemple : chape de 4 cm d'épr → 800 N/m²
- **Carrelages scellés y compris mortier de pose :**
  - grès cérame épr 9 mm : 900 N/m²
  - marbre épr 12 mm à 15 mm : 1 000 N/m²
- **Parquets** de 23 mm
  y compris lambourdes : 250 N/m²
- **Sols minces textiles** (moquettes) : 80 N/m²

2.5 Toitures

- **Terrasses**
  - Étanchéité multicouche : 120 N/m²
  - Asphalte coulé sablé : 500 N/m²
  - Gravillons pour protection d'étanchéité : 200 N/m²
- **Autres toitures**
  - Support de couverture
    - liteaux sapin : 30 N/m²
    - voligeage sapin : 100 N/m²
    - chevrons sapin (60 X 80) : 70 N/m²
  - Couvertures en ardoises (lattis et voligeage compris) : 300 N/m²
  - Couvertures en tuiles (liteaux compris) : 500 à 750 N/m²

2.6 Cloisons de distribution

Cloisons légères, non porteuses, de masse < 2 500 N/m
Elles sont prises en compte comme une charge permanente uniformément répartie.
On admet : 500 N/m2.

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Évaluer les charges permanentes par m² de plancher suivant les données ci-contre :

Locaux d'habitation

- Dalle pleine en B.A épaisseur 16 cm → 4 000 N/m²
- Dalle flottante d'épaisseur 5 cm → 1 000 N/m²
- Revêtement moquette → 80 N/m²
- Cloison de distribution, type Placopan → 500 N/m²

5 580 N/m²

3. Évaluation des charges d'exploitation (Extraits NF P 06-001)

Nature et destination du local	Charges d'exploitation en N/m²	Nature et destination du local	Charges d'exploitation en N/m²
Bâtiments à usage d'habitation		**Bâtiments scolaires et universitaires**	
Logement y compris combles aménageables	1 500	Salles de classe, dortoirs, sanitaires collectifs	2 500
Balcons	3 500	Ateliers, laboratoires (matériel lourd exclu)	2 500
Escaliers (marches isolées exclues)	2 500	Circulation, escaliers	4 000
Greniers proprement dits	2 500	Bibliothèques, salles de réunion	4 000
Bâtiments de bureaux		Cuisines collectives	5 000
Bureaux proprement dits	2 500	**Bâtiments hospitaliers et dispensaires**	
Circulations et escaliers	2 500	Chambres	1 500
Halls de réception	2 500	Circulation interne	2 500
Halls à guichet	4 000	Locaux médicotechniques (salles de travail et d'opérations)	3 500

Cas des terrasses (voir D.T.U. n° 43)

Terrasses non accessibles	1 000 N/m²
Terrasses accessibles privées	1 500 N/m²
Terrasses accessibles au public	5 000 N/m²

Cas des marches préfabriquées indépendantes en porte-à-faux

Chacune doit résister à :

- une charge concentrée de **5 000 N**, à l'extrémité de la marche, si la portée est inférieure à 1,10 m et l'escalier non accessible au public ;
- une charge Q **= 10 000 N**, répartie, si la portée est > 1,10 m et l'escalier non accessible au public ;
- une charge Q **= 15 000 N**, répartie, si la portée est > 1,10 m et l'escalier accessible au public.

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Données

- Bâtiment à usage d'habitation avec ascenseur et escalier de service (volées droites préfabriquées)
- Les séjours disposent, en façade, de balcons
- Les planchers sont en dalle pleine B.A.
- La terrasse B.A. est non accessible

Évaluer les charges d'exploitation

• Terrasse	→	1 000 N/m²
• Plancher	→	1 500 N/m²
• Balcons	→	3 500 N/m²
• Escaliers	→	2 500 N/m²

4. Application: calcul d'une descente de charges

Remarque préliminaire

*La loi de dégression des charges d'exploitation n'est **applicable** qu'aux **bâtiments d'habitation** dont le **nombre d'étages est supérieur à 5** en général* (NF P 06-001).

Descriptif succinct

- **Bâtiment d'habitation**
- **Fondations** par semelles continues en B.A.
- **Murs de façade** en blocs creux de béton en gravillons lourds hourdés au mortier de ciment avec potelets raidisseurs incorporés et chaînages horizontaux
- **Voile B.A.** pour refend : épr 16 cm
- **Plancher B.A.** avec poutrelles préfabriquées et table de compression : type (16 + 4)
- **Plancher-terrasse B.A.** non accessible au public et avec protection lourde comprise : 5 000 N/m²
- **Étanchéité multicouche :** 120 N/m²

Vérifier les valeurs prises pour les charges permanentes et d'exploitation.

Contrôler les résultats obtenus pour les pressions exercées sur le sol de fondation dans le cas du mur de façade et du refend porteur.

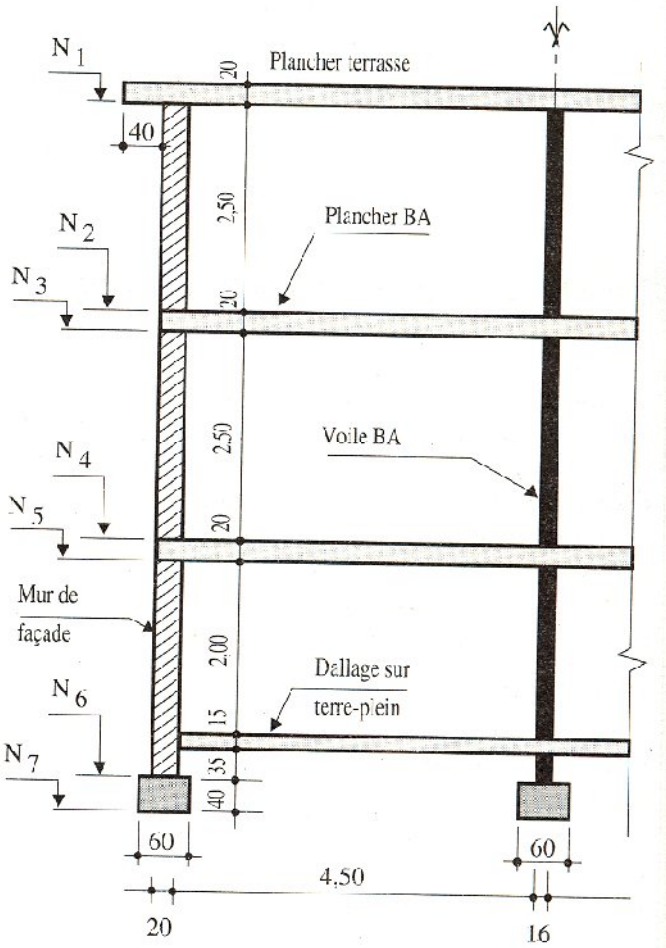


Fig. 1 Coupe schématique de la structure porteuse

Étapes du calcul

- **Sélectionner** une tranche de bâtiment de longueur 1,00 m (sans baie) et sur la hauteur totale du bâtiment.
- **Considérer** chaque travée de plancher indépendante (exemple : le refend porte une moitié de travée de part et d'autre).
- **Différencier** les charges permanentes et celles d'exploitation.
- **Effectuer** la descente de charges niveau par niveau par calcul cumulé à partir du haut.
- **Calculer** la pression exercée sur le sol :
  - sans coefficient de pondération,
  - avec coefficients de pondération.

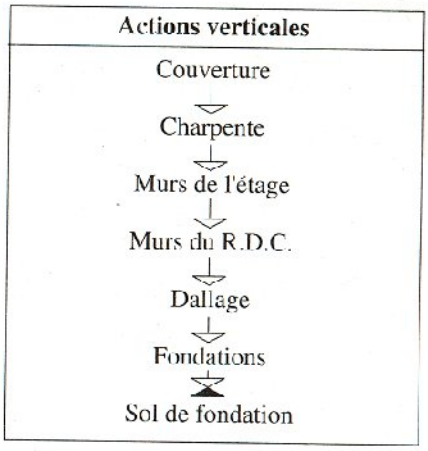


Fig. 2 Schéma de principe

Descente de charge pour le mur de façade

Niveau	Désignation des ouvrages	Charges permanentes G						Charges d'exploitation Q				
		L	l	H	Poids unité	Total	Cumul	L	l	Poids unité	Total	Cumul
N1	Étanchéité	2,85	1,00		120	342						
	Terrasse B. A.	2,85	1,00		5 000	14 250	14 592	2,85	1,00	1 000	2 850	2 850
N2	Mur de façade	1,00		2,50	2 700	6 750	21 342					2 850
N3	Plancher B. A.	2,45	1,00		2 850	6 983	28 325	2,25	1,00	1 500	3 375	6 225
N4	Mur de façade					6 750	35 075					6 225
N5	Plancher B. A.					6 983	42 058				3 375	9 600
N6	Mur de façade					6 750	48 808					9 600
N7	Semelle B. A.	1,00	0,60	0,40	25 000	6 000	54 808					9 600

- Pression exercée sur le sol de fondation **sans application des coefficients de pondération :**

$$\sigma = \frac{G + Q}{S} = \frac{54\,808 + 9\,600}{600 \times 1\,000} = 0,107 \text{ N/mm}^2, \text{ ou } 0,107 \text{ MPa}$$

- **Avec coefficients de pondération :**

$$\sigma = \frac{1,35\,G + 1,50\,Q}{S} = 0,147 \text{ MPa}$$

Descente de charge pour le refend porteur (voiles B.A.)

Calcul direct pour obtenir la contrainte exercée sur le sol

Charges permanentes

Étanchéité	559 N
Plancher-terrasse	23 300 N
Planchers B.A.	26 562 N
Voiles	30 000 N
Semelle B.A.	6 000 N
TOTAL	86 421 N

Charges d'exploitation

Sur terrasse	4 660 N
Sur planchers	13 500 N
	18 160 N

- **Sans coefficient de pondération :**
  $(G + Q)$ = 104 581 N

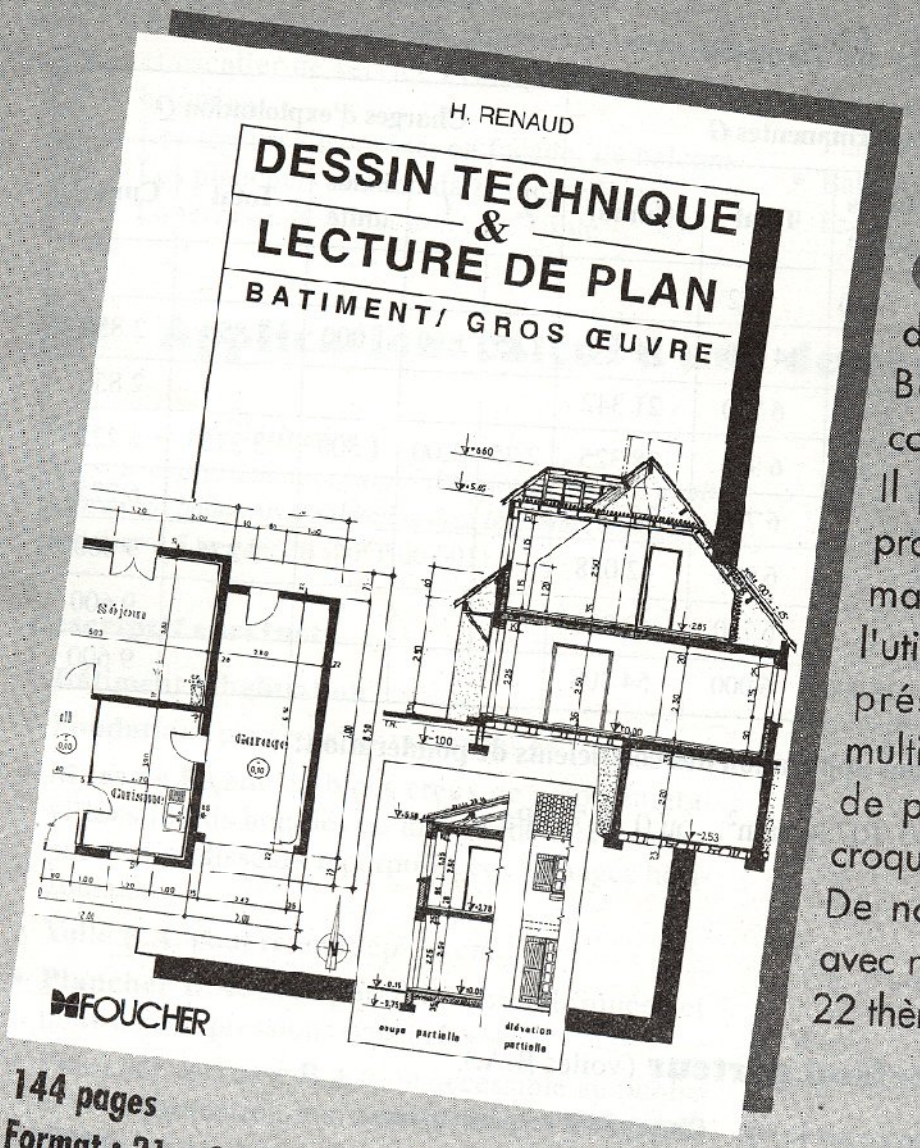
  Contrainte exercée sur le sol : σ_{sol} = 0,174 MPa

- **Avec coefficients de pondération :**
  $(1,35\,G + 1,50\,Q)$ = 143 908 N

  Contrainte exercée sur le sol : σ_{sol} = 0,240 MPa

DESSIN TECHNIQUE ET LECTURE DE PLAN

H. RENAUD



Ce manuel pratique aborde le dessin technique appliqué au Bâtiment à partir d'exemples concrets et de lectures de plans.

Il propose : la visualisation des problèmes à traiter par des schémas perspectifs; l'acquisition et l'utilisation des conventions de représentations; des applications multiples sous la forme de lectures de plans et coupes, schémas ou croquis.

De nombreux questionnaires-tests avec réponses complètent chacun des 22 thèmes d'étude abordés.

144 pages
Format : 21 x 29,7 cm

FOUCHER

5 Calcul des sollicitations

But

Il s'agit de connaître et d'appliquer les modalités de calcul des sollicitations dans une ou plusieurs sections d'un élément B.A. (semelles de fondation, poteau, poutre, dalle, etc.)
Ces sollicitations (efforts, moments de flexion etc.) proviennent:

- des actions permanentes
- des actions variables

} étudiées aux chapitres précédents

dans une section donnée d'un élément de la structure B.A.

Démarche

Les sollicitations sont calculées par application:

- de principes et de méthodes de résistance des matériaux en tenant compte du règlement B.A.E.L. pour les combinaisons d'actions à l'E.L.U.R. et à l'E.L.S.
- des méthodes spécifiques préconisées dans le règlement B.A.E.L. ou les D.T.U. (Documents Techniques Unifiés).

Exemple: Méthode forfaitaire pour le calcul des poutres et dalles de planchers.

1. Principe

Isoler l'élément de structure B.A. considéré

Faire l'inventaire des actions permanentes et variables

Calculer les sollicitations dans une section *S*

Efforts ⟷ Moments

- **Effort tranchant,** symbole V
  Exemple: cas des poutres
- **Effort normal,** symbole N
  Exemple: cas des poteaux

- **Moment de flexion:** symbole général M
  – symbole M_u à l'E.L.U.
  – symbole M_{ser} à l'E.L.S.
  Exemple: cas des poutres et des planchers

Éléments courants des structures B.A. (B.A.E.L. B1 à B9)

Ce sont les fondations, poteaux, poutres, soumis uniquement aux actions verticales:
– des charges permanentes G,
– des charges d'exploitation Q,
à l'exclusion de toute action climatique, telle que la neige ou le vent.

2. Combinaisons d'actions

Cas des fondations (B.A.E.L. B9.2)

Combinaison d'actions : $1{,}35\,G + 1{,}50\,Q$

Remarque : le calcul des fondations s'effectue généralement pour les cas simples par la méthode des bielles suivant D.T.U. 13,1

Cas des poteaux (B.A.E.L. B2.8.2,11)

Dans les cas les plus courants (poteaux de bâtiment, d'angle, de rive, intérieurs), l'unique combinaison d'actions à considérer est :

$$1{,}35\,G + 1{,}50\,Q$$

Cas des planchers: poutres ou dalles

- Cas d'une seule travée sans porte-à-faux :

E.L.U.R.	E.L.S.
$1{,}35G + 1{,}50Q$	$G + Q$

- Cas de plusieurs travées sans porte-à-faux :

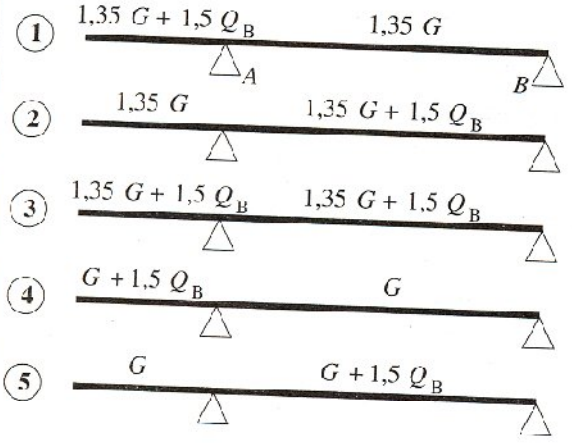
État	Travées chargées	Travées déchargées
E.L.U.	$1{,}35\,G + 1{,}50\,Q_B$ $G + 1{,}50\,Q_B$	$1{,}35\,G$ G
E.L.S.	$G + Q_B$	G

Cas d'une poutre reposant sur deux appuis, prolongée par un porte-à-faux

(B.A.E.L. B.6.1, 22)

Combinaisons à considérer

• aux états limites E.L.U.R.

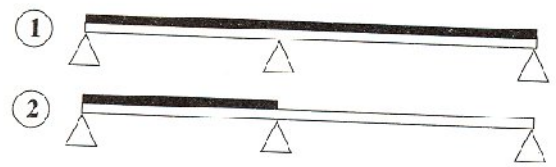


But recherché dans chacun des cas de chargement

- Moment de flexion maximal sur l'appui A : $M_{u\,A}$
- Moment de flexion maximal en travée AB : $M_{u\,(AB)}$
- Valeur maximale de l'action de l'appui A sur la poutre : R_A
- Longueur des armatures en chapeaux du côté de la travée
- Éventuellement déterminant pour le moment maximal positif en travée

Remarque (B.A.E.L. B3.3)*: la 4e combinaison est prise en considération pour la justification de l'équilibre statique mais avec 0,9 G dans la travée adjacente au porte-à-faux.*

• aux états limites E.L.S.



- Moment de flexion maximal en travée sur l'appui A : $M_{ser\,A}$
- Moment de flexion maximal en travée AB : $M_{ser\,(AB)}$

Remarque : *pour les bâtiments courants soumis aux actions permanentes et variables avec charges climatiques (neige et vent) se reporter au B.A.E.L. Annexe D.2.2).*

3. Applications

Le premier cas proposé concerne l'assimilation des contenus du présent chapitre.
Le deuxième cas nécessite de :
- rechercher les poids unitaires des éléments constitutifs dans le chapitre 4, ainsi que les charges d'exploitation ;
- procéder par utilisation du formulaire des poutres du chapitre 2.

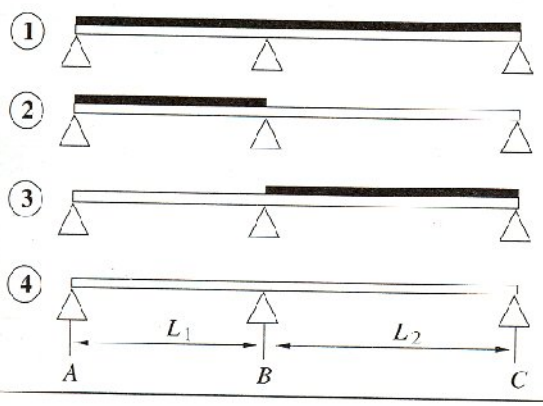
Le troisième cas a pour objet le calcul des sollicitations par étapes en utilisant le **principe de superposition.**

1er cas : poutre continue à deux travées

ÉTUDE DE CAS

- *Analyser les combinaisons de chargement n° 1 à 4 ci-dessous.*
- *Indiquer l'intérêt de chaque combinaison pour le calcul des sollicitations : action des appuis et moment de flexion (max. ou min. ?).*

Cas de charge



Réponses

- Moment maximal négatif sur l'appui B et R_B maximal
- Moment maximal positif en travée AB et moment minimal en travée BC
- Moment maximal positif en travée BC et moment minimal en travée AB
- Moment minimal négatif sur l'appui B

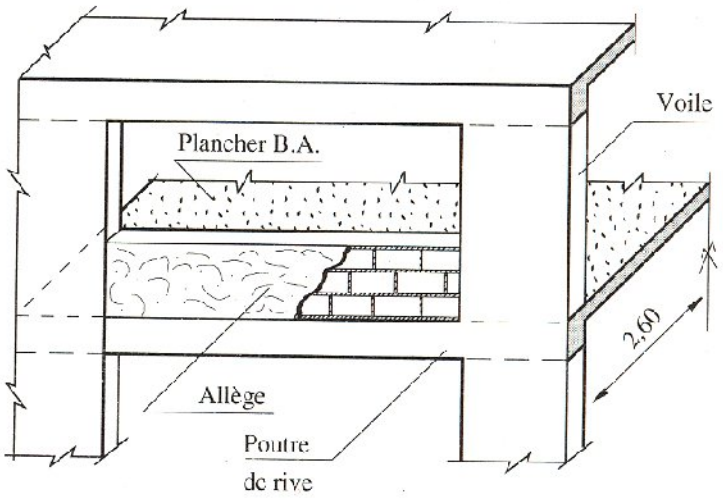
2e cas : poutre de rive d'un collectif

ÉTUDE DE CAS

Calculer numériquement les moments de flexion sur appuis et en travées d'une poutre de rive encastrée à chacune de ses extrémités.

Données

- Section de poutre : 16 cm × 50 cm
- Portée entre appuis (voiles B.A.) : 4, 40 m
- Dalle B.A. épr : 18 cm
- Portée de la dalle : 5, 20 m
- Allège en blocs creux de béton, épr : 15 cm
- Hauteur d'allège : 90 cm
- Enduit mortier sur allège, épr : 1 cm



ETUDE DE CAS

Étapes du calcul

- Déterminer la charge permanente par mètre de longueur de poutre due au poids propre des éléments : poutre, dalle, allège.
- Procéder de même pour la charge d'exploitation.
- Effectuer la combinaison d'action suivant les états considérés.
- Utiliser le formulaire des poutres : **cas n° 9**

NB. Calcul aux états limites (E.L.U.R. et E.L.S.)

Réponse

- **Charges permanentes p. m.**

Poutre :	2 000 N/m
Dalle :	11 700 N/m
Allège :	1 800 N/m
Enduit :	162 N/m
Total	g = 15 662 N/m

- **Charges variables p. m.**

Avec 1 500 N/m^2 pour local d'habitation, on a :

q = 3 900 N/m

- **Moments à l'E.L.S.**

avec $s = g + q$ = 19 562 N/m, il vient :

$$M_A = M_B = -\frac{sL^2}{12} = -31\,560 \text{ Nm}$$

$$\text{et } M_0 = +\frac{sL^2}{24} = +15\,780 \text{ Nm}$$

- **Moments à l'E.L.U.R.**

avec $s = 1{,}35g + 1{,}5q$ = 26 944 N/m, il vient :

$$M_A = M_B = -\frac{sL^2}{12} = -43\,500 \text{ Nm}$$

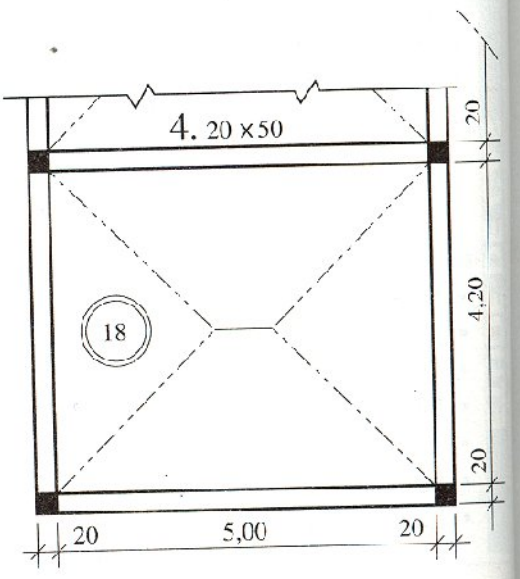
$$\text{et } M_0 = +\frac{sL^2}{24} = +21\,775 \text{ Nm}$$

3e cas : poutre principale de plancher

Calculer les sollicitations à l'E.L.U.R. pour la poutre de plancher n° 4 de la figure ci-contre, de section 20 cm × 50 cm.

Données

- Plancher B.A. constitué par des poutres de section 20 × 50 et une dalle épaisse de 18 cm d'épaisseur.
- Portées des poutres : 5,00 m.
- Surface des travées : 4,20 × 5,00 m.
- Chaque poutre intérieure supporte une partie de la dalle en forme de trapèze régulier de part et d'autre de la nervure (lignes de partage inclinées à 45°).
- Le bâtiment est à usage de bureaux.

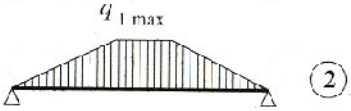


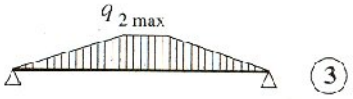
Étapes du calcul

- Calculer les charges permanentes et d'exploitation par mètre de poutre.
- Utiliser le formulaire pour les cas de chargement :
  - uniformément réparti,
  - en trapèze régulier.
- Tenir compte de la combinaison de charge à l'E.L.U.R.
- Cumuler les résultats partiels.

Réponse

Remarque préliminaire: *les valeurs auxiliaires s'obtiennent facilement Par exemple: poids propre de la poutre par mètre:*

- **Charge permanente pondérée par mètre**
  - Poutre seule: 1,35 x 2 500 N/m = 3 375 N/m ①
  - Dalle en trapèze: $1{,}35 \times q_{1max}$ = 25 515 N/m  ②

- **Charge d'exploitation pondérée par mètre**
  - Dalle en trapèze: $1{,}5 \times q_{2max} = 1{,}5 \times 10\,500$ = 15 750 N/m  ③
  - Poutre seule: 1,5 (0,20 x 1,00 x 2 500) = 750 N/m ④

Calcul des sollicitations, formulaire des poutres cas 1 et 3

Nature de la charge	Action des appuis $R_A = R_B$	Moment maximal en travée M_0
Schéma ①	8 438 N	10 547 Nm
Schéma ②	36 997 N	60 981 Nm
Schéma ③	22 838 N	37 643 Nm
Schéma ④	1 875 N	2 344 Nm
Total	**70 148 N**	**111 515 Nm**

6 Bétons et aciers: caractéristiques

Le calcul des ouvrages en B.A. est effectué à partir d'hypothèses des études qui tiennent compte, en particulier, des caractéristiques physiques, chimiques et mécaniques des matériaux (béton, acier).

Les caractères des matériaux concernent:
- les résistances caractéristiques à la compression et à la traction,
- les déformations (allongement et raccourcissement),
- les diagrammes déformations-contraintes.

Extrait d'un cartouche de plan d'armatures B.A.

Hypothèses des études			
Charges des planchers		Béton	Acier
permanentes	d'exploitation		
Cloisons: 500 N/m²	2 500 N/m²	f_{c28} = 25 MPa	HA: Fe E 400
Revêt. sol: 600 N/m2		Dosage min: 350 kg CPJ 45 par m³	Ø: Fe E 215
			TS: T.S.H.A.

1. Les bétons

Un béton hydraulique résulte du mélange en proportions définies des composants suivants:
- granulats naturels ou artificiels (sables, gravillons, graviers),
- liants normalisés: ciments artificiels,
- adjuvants éventuels pour augmenter les performances physiques ou mécaniques,
- eau de mouillage des granulats et d'hydratation du liant.

1.1 Tableau de classement des granulats (NF P 18-101)

Appellation	Sable	Gravillons	Cailloux et pierres cassées
Catégories suivant grosseur de **grains*** en mm	Fins: 0,080 à 0,315 Moyens: 0,315 à 1,25 Gros: 1,25 à 5	Petits: 5 à 8 Moyens: 8 à 12,5 Gros: 12,5 à 20	Petits: 20 à 31,5 Moyens: 31,5 à 50 Gros: 50 à 80

Exemple: une maille de 12,5 mm correspond à un diamètre de 16 mm.

NB. Éléments très fins: fines, farines, fillers < 0,08 mm.

* *mailles carrées des tamis exprimées en* mm.

1.2 Principaux liants utilisés pour travaux B.A.

(NF P 15-301)

Ciments Portland artificiel Teneur ≥ 97 % de clinker	Ciments Portland composés Teneur ≥ 65 % de clinker	Utilisations ou recommandations
CPA 45 CPA 45 R	CPJ 45 CPJ 45 R	Tous travaux courants
CPA 55 CPA 55 R	CPJ 55 CPJ 55 R	Éléments préfabriqués
CPA HP CPA HPR		Travaux qui exigent des résistances exceptionnelles

Symboles

J *désigne un ciment avec constituants secondaires* < 35 %.

R *désigne un ciment à début de durcissement rapide.*

HP *désigne un ciment à haute performance.*

45 *ou* **55** *indique la classe du ciment en MPa.*

1.3 Résistances caractéristiques du béton

Elles servent de base pour le calcul des projets en B.A.

Résistance caractéristique à la compression à *j* jours (symbole f_{cj})

Elle est définie par une valeur de la résistance à la compression du béton à l'âge de 28 jours par essais sur éprouvettes cylindriques.
(∅ 16 cm ; surface = 200 cm² ; h = 32 cm)

Exemple: $f_{c28} = 30$ MPa

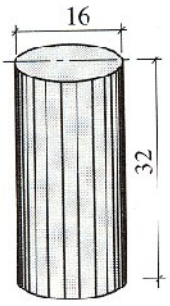


Fig. 1

Éprouvette cylindrique en béton

Résistance caractéristique à la traction à *j* jours (symbole f_{tj})

Elle est conventionnellement définie à partir de la résistance à la compression par la relation :

$$f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj}$$

Exemple avec $f_{c28} = 30$ MPa :

$$f_{t28} = 0.6 + 0{,}06 \times 30 = 2{,}4 \text{ MPa}$$

Remarque importante pour les calculs : *les résistances à «j» jours des bétons, non traités thermiquement, peuvent être évaluées par les formules approchées des tableaux suivants :*

f_{cj}	$f_{c28} \leqslant 40$ MPa
$j < 60$	$\dfrac{j}{4{,}76 + 0{,}83\, j} \cdot f_{c28}$
$j \geqslant 60$	$1{,}10\, f_{c28}$

f_{cj}	40 MPa $< f_{c28} \leqslant$ 60 MPa
$j \leqslant 28$	$\dfrac{j}{1{,}40 + 0{,}95\, j} \cdot f_{c28}$
$28 < j < 60$	Bétons à Haute Résistance voir **B.A.E.L. A.2.1, 11**

1.4 Déformation du béton

Déformation longitudinale (B.A.E.L. A.2.1, 2)

On distingue :

- le **module de déformation instantanée** (durée d'application des charges < 24 heures) (symbole E_{ij})

$$E_{ij} = 11\,000\, f_{cj}^{\,1/3} \text{ (MPa)}$$

- le **module de déformation différée** (longue durée d'application) (symbole E_{vj})

$$E_{vj} = 3\,700\, f_{cj}^{\,1/3}$$

La valeur de ces modules intervient dans le calcul des flèches et les effets dus au retrait et au fluage du béton.

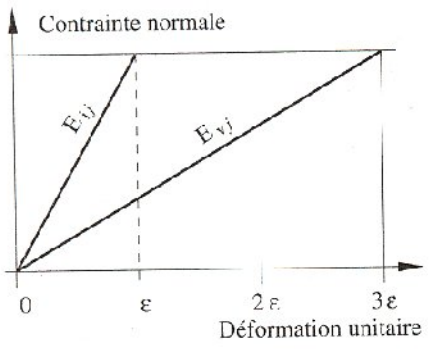


Fig. 2

Modules de déformation instantanée et différée

Déformation transversale (B.A.E.L. A.2.1, 3)

Elle se traduit par le coefficient de Poisson

$$\nu = \frac{\text{déformation transversale}}{\text{déformation longitudinale}}$$

Le coefficient de Poisson est pris égal à :

$\nu = 0{,}20$ pour la justification aux E.L.S. (section non fissurée)

$\nu = 0$ (zéro) dans le cas des E.L.U.

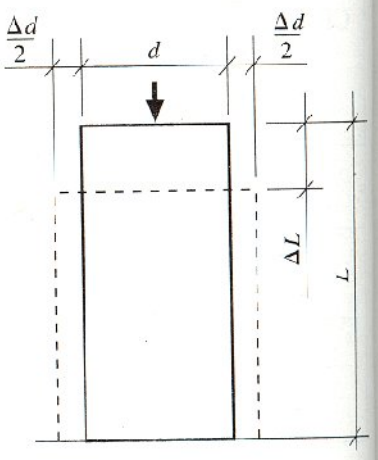


Fig. 3

Coefficient de Poisson :

$$\nu = \frac{\Delta d}{\Delta L}$$

NB. À défaut de mesures, on estime que le raccourcissement unitaire dû au retrait atteint les valeurs suivantes dans le cas de pièces non massives à l'air libre :

$1{,}5 \cdot 10^{-4}$ *dans les climats très humides,*

$2 \cdot 10^{-4}$ *en climat humide, ce qui est cas de la France sauf son quart Sud-Est,*

$3 \cdot 10^{-4}$ *en climat tempéré sec, tel que le quart Sud-Est de la France,*

$4 \cdot 10^{-4}$ *en climat chaud et sec,*

$5 \cdot 10^{-4}$ *en climat très sec ou désertique.*

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Contrôler dans le tableau ci-contre les contraintes de traction du béton et les modules de déformation instantanée du béton.

Indication

Utiliser les informations des paragraphes 1.3 et 1.4.

Résistance caractéristique du béton en compression (f_{c28} en MPa)	18	25	30
Résistance caractéristique du béton en traction (f_{t28} en MPa)	1,68	2,1	2,4
Module E_{i28} en MPa	28 828	32164	34 180

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Calculer la résistance approximative du béton en compression à 4 jours sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours :

$f_{c28} = 30$ MPa

Indication

Se reporter à la remarque du paragraphe 1.3.

Réponse

$$f_{c4} = \frac{4 \times 30}{4{,}76 + 0{,}83 \times 4} = 14{,}85 \text{ MPa}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Calculer la contrainte due au retrait dans le cas d'une poutre B.A. de section 15 cm × 50 cm, *sachant que :*

- *ses extrémités sont liées à des massifs bétonnés,*
- $f_{cj} = 30$ MPa,
- *le bâtiment est situé à Nancy.*

Réponse

$f_{tj} = E_{vj} \times$ raccourcissement unitaire (application de la loi de Hooke) :

$$E_{vj} = 3\,700\, f_{c28}^{1/3} = 11\,497 \text{ MPa}$$

Évaluation de la contrainte de traction provoquée par le retrait :

$$f_{tlj} = 11\,497 \times 2.10^{-4} = 2{,}3 \text{ MPa}$$

(L'effet du retrait n'est théoriquement pas à craindre si la résistance à la traction du béton (f_{tj}) est suffisante pour s'opposer à la fissuration.)

On a : $f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj} = 2{,}4 \text{ MPa} > f_{tlj}$

2. Les aciers

2.1 Caractères mécaniques (B.A.E.L. A.2.2)

- Le caractère mécanique, qui sert de base aux justifications dans le cadre des états limites, est la limite d'élasticité garantie (symbole f_e).
- **Le module d'élasticité longitudinale** (symbole E_s) est pris égal à 200 000 MPa.
- **Diagramme déformations-contraintes**

  C'est un diagramme conventionnel, facile d'utilisation, pour le calcul des contraintes et déformations.

Analyse du diagramme de la figure 4

- **Cas de la traction**

– Droite OA (domaine élastique) :
proportionnalité déformations-contraintes

Coordonnées du point A $\begin{cases} \varepsilon_s = f_e/E_s \\ \sigma_s = f_e \end{cases}$

– Horizontale AB d'ordonnée $\sigma_s = f_e$
(domaine plastique)
La position du point B correspond à un allongement $\varepsilon_s = 10\,‰$

- **Cas de la compression**

  Le diagramme correspondant est symétrique à celui de la traction par rapport à l'origine O.

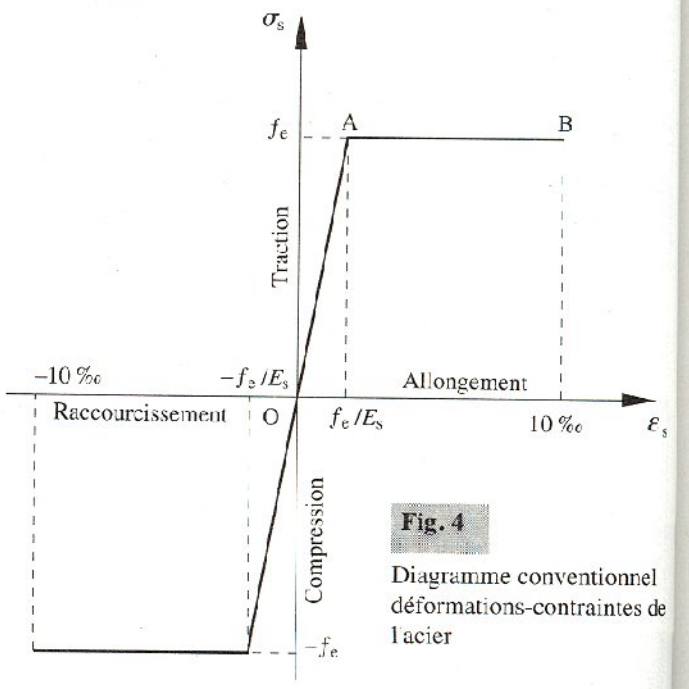


Fig. 4
Diagramme conventionnel déformations-contraintes de l'acier

2.2 Caractéristiques des aciers pour le béton armé

2.21 Aciers en barres

Types d'aciers (E_s = 200 000 MPa)				
Caractéristiques	**Doux et lisses, symbole ∅** (NF A 35-015)		**A Haute Adhérence, symbole HA** (NF A 35-016)	
Dénomination	Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400	Fe E 500
Limite élastique en MPa	$f_e = 215$	$f_e = 235$	$f_e = 400$	$f_e = 500$
Résistance à la rupture σ_R en MPa	$\sigma_R \geqslant 330$	$\sigma_R \geqslant 410$	$\sigma_R \geqslant 480$	$\sigma_R \geqslant 550$
Allongement à la rupture	22 %		14 %	12 %
Coefficient de scellement, symbole Ψ_s	1		1,5	
Coefficient de fissuration, symbole η	1		1,6	
Diamètres courants en mm	6-8-10-12		6-8-10-12-14-16-20-25-32-40	

NB. Voir tableau des sections des aciers en Annexe 1.

2.22 Treillis soudés

Types de treillis (NF A 35-022)		
Caractéristiques	**Lisses, symbole T.S.L.**	**A Haute Adhérence, symbole T.S.H.A.**
Limite élastique en MPa	$f_e = 500$ (tous diamètres)	$f_e = 500$ (tous diamètres)
Résistance à la rupture en MPa	$\sigma_R = 550$	$\sigma_R = 550$
Allongement à la rupture	8 %	8 %
Coefficient de scellement, symbole Ψ_s	1	1,5
Coefficient de fissuration, symbole η	1	1,3 pour $\varnothing < 6$ mm 1,6 pour $\varnothing \geqslant 6$ mm
Diamètres courants	3,5 mm à 9 mm avec un pas de 0,5 mm	– 3,5 à 12 mm avec un pas de 0,5 mm – 14 à 16 mm sur commande

NB. Voir tableau des sections des aciers en Annexe 1.

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Déterminer l'allongement unitaire correspondant à une contrainte de 348 MPa *exercée sur un acier* Fe E 400

Indication

Exploiter le diagramme déformations-contraintes de la figure 4.

Réponse

La loi de Hooke exprime la contrainte dans le domaine élastique par $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s ‰ \quad \text{pour } \sigma_s < f_e$

On a : $\varepsilon_s ‰ = \dfrac{348 \times 1000}{200\,000} = 1,74 ‰$

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Comparer les rapports :

$$\frac{\text{Résistance à la rupture}}{\text{Limite élastique}} = \frac{\sigma_R}{f_e}$$

pour les aciers HA Fe E 400 *et* Fe E 500.

En déduire le type d'acier qui offre le plus de sécurité à l'utilisateur.

Indication

Lire et décoder le tableau des aciers en barres.

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Calculer pour un acier à haute adhérence, de limite d'élasticité garantie $f_e = 400$ MPa *le rapport entre son allongement à la rupture et celui correspondant à sa limite élastique.*

Indication

Lire et décoder le tableau des aciers en barres.

Réponse

L'allongement à la rupture est 70 fois plus grand que celui qui correspond à la limite élastique.

7 Déformations et contraintes de calcul

• État limite ultime

Les hypothèses de calcul sont relatives :
- au diagramme rectangulaire de compression de béton ;
- aux contraintes de calcul du béton et de l'acier ;
- à la règle dite des «pivots» qui détermine les déformations limites d'une section soumise à une sollicitation normale, en particulier à un moment de flexion simple.

• État limite de service

Le principe de la justification des sections impose la limitation des contraintes :
- de compression du béton ;
- de traction de l'acier vis-à-vis de la fissuration en milieu préjudiciable.

Ces notions sont déterminantes pour le calcul des sections d'armatures et de la vérification des contraintes en compression et en traction du béton et de l'acier.

1. État limite de résistance (B.A.E.L. A.4.3)

1.1 Hypothèses de calcul des sections soumises à une ou plusieurs sollicitations (B.A.E.L. A.4.3, 2)

- Hypothèse de Navier : les sections planes, normales à la fibre moyenne avant déformation, restent planes après déformation.
- Non-glissement relatif entre armatures et béton en raison de l'association béton-acier par adhérence mutuelle.
- Résistance à la traction du béton non prise en compte dans les calculs.
- Les diagrammes déformations-contraintes sont définies ci-après :
  - béton en compression (voir paragraphe 1.2) ;
  - acier tendu ou comprimé (voir paragraphe 1.3).
- Le diagramme des déformations limites d'une section fait l'objet de la règle dite des «trois pivots» A, B, C (voir paragraphe 1.4).

1.2 Diagrammes déformations-contraintes du béton (B.A.E.L. A.4.3, 4)

On distingue (fig. 1) :
- le **diagramme «parabole-rectangle»** ;
- le **diagramme rectangulaire simplifié** qui sera étudié et utilisé dans nos calculs en raison de :
  - sa simplicité d'emploi ;
  - sa concordance satisfaisante, en flexion simple, avec le diagramme «parabole-rectangle».

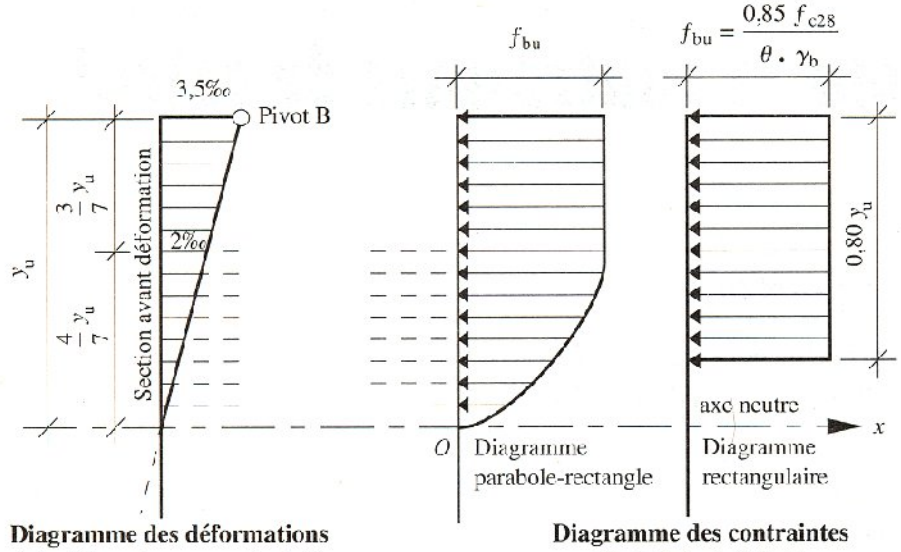


Diagramme des déformations
(pivot B, voir paragraphe 1.4)

Diagramme des contraintes
(B.A.E.L. A.4.3, 4)

Notations

σ_{bc} : contrainte de compression du béton

f_{cj} : résistance caractéristique du béton en compression à j jours

f_{bu} : contrainte de calcul (voir tableau ci-dessous)

γ_b : coefficient de sécutité

ε_{bc} : déformation du béton en compression

Fig. 1 Diagrammes déformations-contraintes du béton

Dispositions relatives au diagramme rectangulaire

Hypothèses de départ: • section rectangulaire partiellement comprimée;
• position de l'axe neutre connue, soit Ox, et sa distance y_u à la fibre la plus comprimée.

Contrainte de calcul du béton

$$f_{bu} = \frac{0{,}85\ f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

Remarque
Si les zones comprimées présentent une largeur décroissante vers les fibres les plus comprimées:

$$f_{bu} = \frac{0{,}80\ f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

Symboles

f_{bu} : contrainte de calcul
f_{c28} : résistance caractéristique à 28 jours
γ_b : coefficient de sécurité
γ_b = 1,5 en général
γ_b = 1,15 dans le cas de combinaisons accidentelles
θ : coefficient d'application

NB. Les coefficients 0,85 *au numérateur et* θ *au dénominateur ont pour objet de tenir compte de ce que la résistance du béton est fonction décroissante de la durée d'application des charges.*

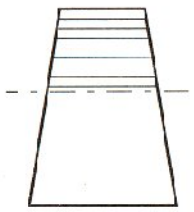


Fig. 2 Zone comprimée décroissante vers la fibre la plus comprimée

θ	Durée d'application
1	> 24 h
0,9	1 ⩽ durée ⩽ 24 h
0,85	si durée < 1 h

Déformation maximale du béton : $\varepsilon_{bc} = 3{,}5$ ‰

Diagramme rectangulaire	
Distance à partir de l'axe neutre	**Contrainte de calcul**
$0 \leqslant y < 0{,}20\ y_u$	contrainte nulle
$0{,}20\ y_u \leqslant y \leqslant y_u$	$f_{bu} = \frac{0{,}85\ f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$ valeur constante pour $\varepsilon_{bc} \leqslant 3{,}5$ ‰

Tableau des contraintes de calcul

Les contraintes sont données ci-après en fonction des résistances caractéristiques du béton à 28 jours d'âge.

Résistances caractéristiques du béton		Contraintes de calcul
en compression f_{c28} (MPa)	en traction f_{t28} (MPa)	en compression f_{bu} (MPa) avec $\theta = 1$
16	1,56	9,07
18	1,68	10,20
20	1,80	11,33
22	1,92	12,47
25	2,10	14,17
27	2,22	15,30
30	2,40	17,00
35	2,70	19,83
40	3,00	22,67
45	3,3	25,50
50	3,6	28,33
55	3,9	31,17
60	4,2	34,00

1.3 Diagramme déformations-contraintes de l'acier (B. A. E. L. 4.3, 2)

NB. Revoir les caractéristiques de l'acier dans le chapitre 6 «Bétons et aciers: caractéristiques».

Le diagramme de calcul se déduit de celui *conventionnellement* défini des déformations-contraintes conformément à la figure 3.

- Limite d'élasticité garantie: f_e
- Coefficient de sécurité: γ_s
  - cas courants: $\gamma_s = 1{,}15$
  - combinaisons accidentelles: $\gamma_s = 1$
- Module d'élasticité longitudinale: $E_s = 200\,000$ MPa
- Contrainte de calcul : $f_{su} = f_e / \gamma_s$

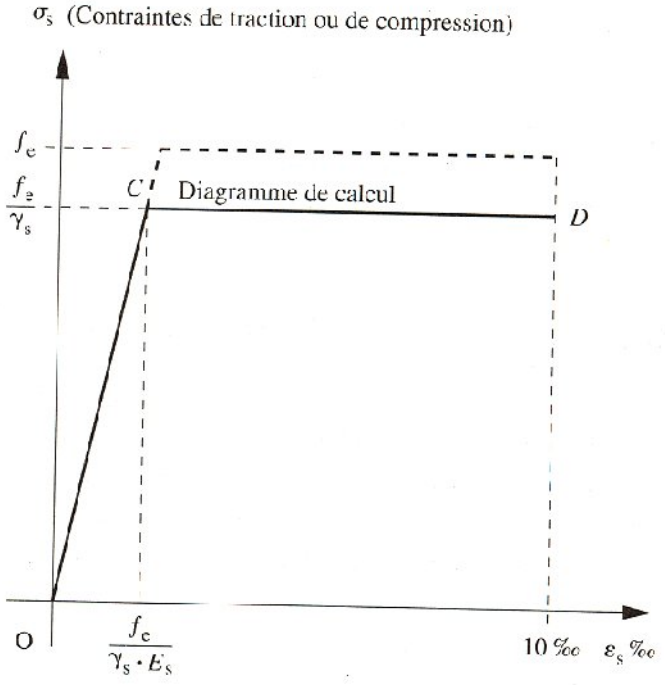


Fig. 3

Déformations-contraintes de l'acier : diagramme conventionnel de calcul (en trait continu)

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Interpréter le diagramme déformations-contraintes de l'acier.

Déformation longitudinale ε_s en ‰	**Contrainte de calcul en MPa**
$0 \leqslant \varepsilon_s \leqslant \dfrac{f_e \times 1\,000}{\gamma_s \cdot E_s}$ Déformation élastique	$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ Variation linéaire de la contrainte pour les valeurs définies par ε_s
$\dfrac{f_e\ ‰}{\gamma_s \cdot E_s} \leqslant \varepsilon_s \leqslant 10\ ‰$ Déformation plastique conventionnelle	$f_{su} = f_e / \gamma_s$ Constante

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Interpréter, à titre d'exemple, le tableau ci-contre pour un acier HA Fe E 400 *et un acier* Fe 500.

Type d'acier	**ε_s en ‰**	**Contrainte de calcul** (MPa)	**Observations**
Fe E 400	1,739	347,8	$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ ‰ $= f_e / 1{,}15$
	10	347,8	idem
Fe E 500	2,174	434,8	idem
	10	434,8	idem

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

La résistance caractéristique du béton f_{c28} étant prise égale à 23 MPa, *quelle est la contrainte de calcul f_{bu}, sachant que la durée d'application de la combinaison de charges est supérieure à* 24 heures ?

Réponse

$f_{bu} = 13{,}03$ MPa

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

On donne la contrainte de calcul $f_{bu} = 11{,}90$ MPa.
Calculer la contrainte caractéristique prise comme référence à 28 jours *d'âge du béton.*

Réponse

$f_{c28} = 21$ MPa

1.4 Règle des trois pivots (B.A.E.L. A.4.3, 3)

- Une section de béton soumise à des sollicitations normales se déforme suivant l'**hypothèse de Navier** (voir paragraphe 1).
- Les **positions limites** que peut prendre la **droite de déformation** sont déterminées à partir des diagrammes déformations-contraintes du béton et de l'acier étudiés précédemment (voir paragraphe 1.2 et 1.3).
- La déformation de la section est représentée par une droite, passant par l'un des **pivots** «**A**», «**B**» ou «**C**», à l'intérieur ou à la frontière des **domaines** repérés (1), (2), (3) sur la figure 4.

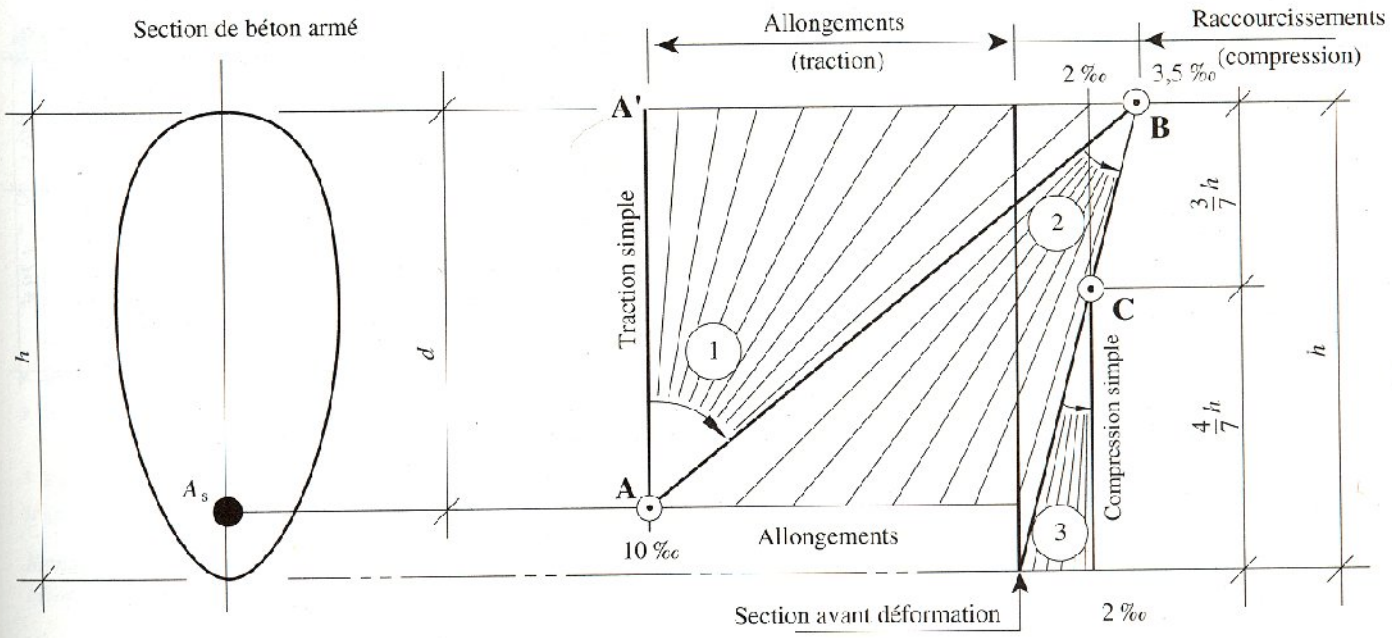


Fig. 4 **Diagrammes des déformations limites de la section**

Notations

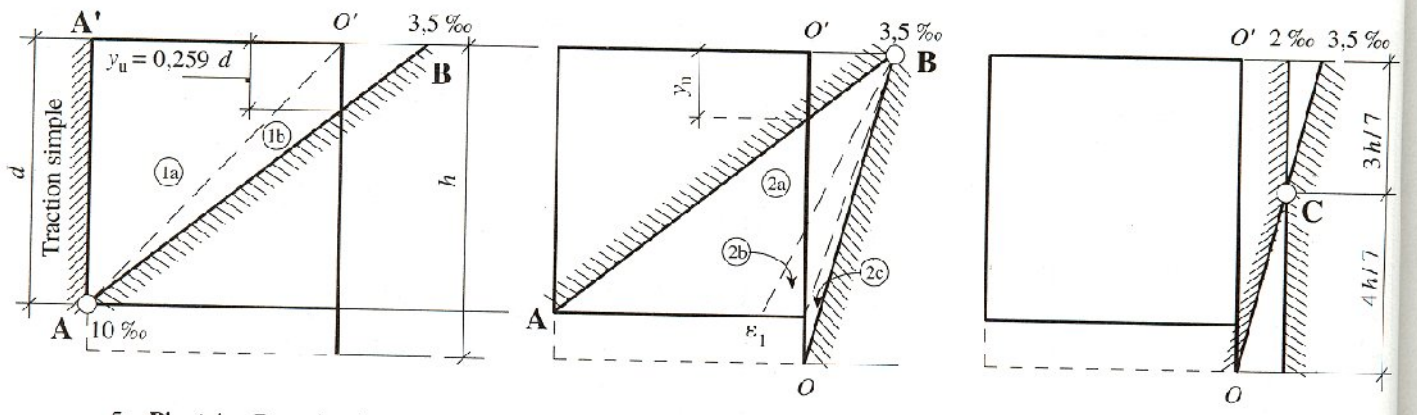
h : hauteur totale de la section
d : hauteur utile en flexion simple
y_u : position de le fibre neutre
A_s : section des aciers tendus

Le tableau ci-après permet d'analyser :
- la position des pivots repérés A, B, C ;
- les domaines ①, ②, ③ et les valeurs des déformations limites.

Analyse du diagramme des déformations limites d'une section

Pivot A **Domaine 1**	**Pivot B** **Domaine 2**	**Pivot C** **Domaine 3**
Allongement unitaire de l'acier : $\varepsilon_s = 10\ ‰$ **Traction simple :** • limite AA' • béton entièrement tendu. **Flexion simple*:** • acier tendu ($\varepsilon_s = 10\ ‰$) • béton partiellement comprimé : $0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3{,}5\ ‰$	Raccourcissement unitaire du béton comprimé : $\varepsilon_{bc} = 3{,}5\ ‰$ **Flexion simple*:** • acier tendu • béton partiellement comprimé. Recommandation : $\varepsilon_s \geq \frac{f_e}{\gamma_s . E_s}$ (voir § 1.3)	Raccourcissement unitaire du béton comprimé : $\varepsilon_{bc} = 2\ ‰$ pour $y_u = \frac{3}{7} h$ **Compression simple :** si la droite de déformation est parallèle à la droite représentative de la section avant déformation*.
(*) *Flexion simple ou composée.*	(*) *Flexion simple ou composée.*	(*) *Sinon, flexion composée.*

(*) *N.B. La flexion composée n'est pas envisagée dans le cadre de cet ouvrage.*



5a. **Pivot A** – Domaine 1

5b. **Pivot B** – Domaine 2

5c. **Pivot C** – Domaine 3

Fig. 5 Diagrammes relatifs aux trois pivots

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Analyser la figure 5a *relative à la règle des trois pivots.*
Calculer la valeur de y_u *en fonction de la hauteur utile d, quand la droite de déformation est représentée par la droite* AB.
En posant $\alpha_u = y_u/d$, *en déduire une règle pratique de détermination des pivots* A *ou* B *dans le calcul en flexion simple d'une section B.A.*
Remarque : *dans ce cas* $\alpha_u < 1$.

Réponse

La considération des triangles semblables dans la figure 5a donne :

$$\frac{y_u}{(d - y_u)} = \frac{3{,}5\ ‰}{10\ ‰} \longrightarrow y_u = 0{,}259\ d$$

Ainsi, la règle pratique pour la détermination des pivots est :

$\alpha_u = 0{,}259 \longrightarrow$ droite de déformation AB : pivots A et B
$\alpha_u < 0{,}259 \longrightarrow$ le pivot est en A
$\alpha_u > 0{,}259 \longrightarrow$ le pivot est en B.

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Trouvez la valeur limite de α_u *(voir exercice* 5*) dans une section en Té, soumise à la flexion simple, pour que la table de compression soit entièrement prise en compte dans le calcul à l'E.L.U.R.*

- *Hauteur de la table :* h_0
- *Hauteur utile :* d
- *Diagramme rectangulaire pour le béton comprimé.*

Réponse

La condition pour avoir toute la hauteur de la table de compression entièrement comprimée dans le cas de la flexion simple est (cf. fig. 1) :

$$h_0 = 0{,}80\ y_u \text{ soit } y_u = 1{,}25\ h_0$$

Avec : $\alpha_u = \dfrac{y_u}{d}$, il faut $\alpha_u = 1{,}25\ \dfrac{h_0}{d}$.

2. État limite de service

2.1 Hypothèses de calcul

Sous l'effet des sollicitations :
- les sections droites restent planes après déformation de la section ;
- pas de glissement relatif entre le béton et l'acier ;
- la résistance à la traction du béton tendu n'est pas prise en compte dans les calculs ;
- les contraintes sont proportionnelles aux déformations ;
- le coefficient d'équivalence n est pris égal à 15*.

* ***Rappel :*** *coefficient utilisé dans le chapitre 3 « Caractéristiques géométriques des sections », paragraphe 5.*

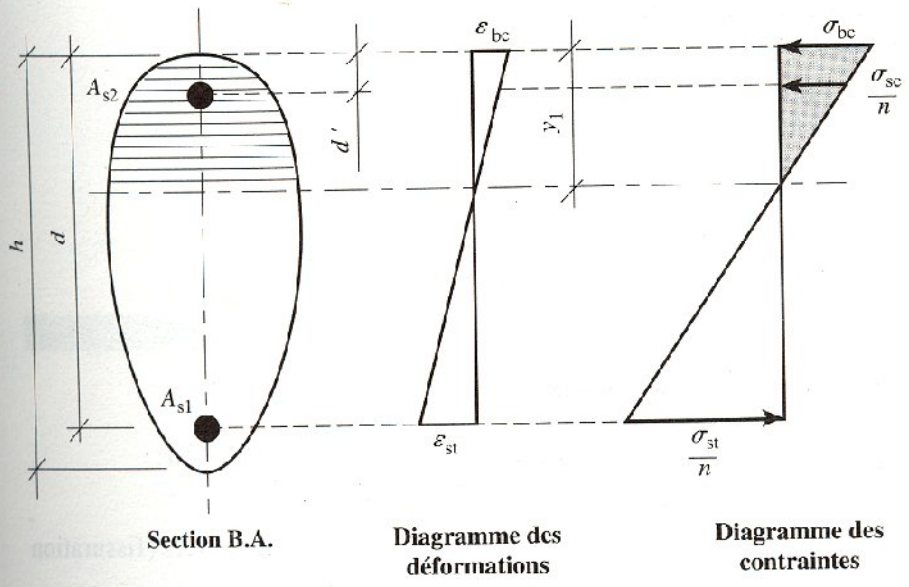
Remarque : *les aires des aciers ne sont pas déduites, dans les calculs, de l'aire du béton comprimé.*

2.2 État limite de compression du béton à l'E.L.S.

La contrainte de compression du béton, symbole σ_{bc}, est limité à :

$$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\, f_{cj}$$

Résistance caractéristique f_{c28} (MPa)	18	20	22	25	27	30	35	40	45	50	55	60
Contrainte limite $\overline{\sigma_{bc}}$ (MPa)	10,8	12	13,2	15	16,2	18	21	24	27	30	33	36



Section B.A. **Diagramme des déformations** **Diagramme des contraintes**

Notations

A_{s1} : section d'acier tendu
A_{s2} : section d'acier comprimé
ε_{bc} : déformation du béton comprimé
ε_{st} : déformation de l'acier tendu
σ_{bc} : contrainte de compression du béton
σ_{sc} : contrainte de compression de l'acier
σ_{st} : contrainte de traction de l'acier
n : coefficient d'équivalence

Fig. 6 Déformations et contraintes dans une section B.A. soumise à la flexion simple.

On observera et on comparera les diagrammes déformations-contraintes :
- à l'E.L.U.R. (fig. 1), diagramme rectangulaire ;
- à l'E.L.S. (fig. 6), diagramme triangulaire de compression du béton.

2.3 État limite d'ouverture des fissures
(B.A.E.L. A. 4.5, 3)

2.3.1 Contraintes limites de traction des aciers

Cas	Conditions particulières	Contraintes limites de traction (en MPa)
Fissuration peu préjudiciable	Locaux couverts et clos non soumis à condensations	$\sigma_{st} \leqslant f_e$
Fissuration préjudiciable	Coefficient de fissuration (symbole) : η $\eta = 1$ pour ronds lisses $\eta = 1{,}6$ pour aciers HA diamètre $\geqslant 6$ mm $\eta = 1{,}3$ pour aciers HA si diamètre < 6 mm (*)	$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(\frac{2}{3} f_e ; 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$
Fissuration très préjudiciable	Diamètres des aciers > 8 mm (**)	$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(0{,}5 f_e ; 90\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$

N.B. Aciers de peau à prévoir dans les poutres de grande hauteur (hauteur totale >60 cm).
(*) 3 cm² par mètre de longueur de parement dans le cas de fissuration préjudiciable.
(**) 5 cm² par mètre de longueur de parement dans le cas de fissuration très préjudiciable.

2.3.2 Tableau des valeurs des contraintes limites des aciers en traction – Détermination à l'E.L.S.

Ce tableau a été placé en Annexe 2 pour servir au calcul ou aux vérifications des ouvrages élémentaires des différents chapitres.

EXERCICE D'ASSIMILATION 7

On considère une poutre de rive d'un bâtiment ; la fissuration est préjudiciable.

La résistance caractéristique du béton utilisé est de 25 MPa.

Quelle est la contrainte limite de traction d'un acier HA Fe E 400 *pour une détermination aux E.L.S. ?*

Réponse

- Contrainte limite de traction du béton :
  $f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj} = 2{,}10$ MPa
- Contrainte limite de traction des aciers (fissuration préjudiciable) :

$$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(\frac{2}{3} f_e ; 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$$

$$\overline{\sigma_{st}} = \inf\,(266{,}67 \text{ MPa} ; 201{,}63 \text{ MPa})$$

On retient : $\overline{\sigma_{st}} = 201{,}63$ MPa

EXERCICE D'ASSIMILATION 8

On considère des longrines de fondations par plots situées en milieu agressif.
La résistance caractéristique du béton est de 22 MPa.
Déterminer la contrainte limite de traction pour un calcul aux E.L.S.

Réponse

Contrôler le résultat par lecture du « Tableau des valeurs des contraintes limites des aciers en traction », Annexe 2.

EXERCICE D'ASSIMILATION 9

Soit une poutre de sous-sol en milieu humide, mais à l'abri des intempéries : on considère la fissuration préjudiciable.

La section de la poutre en sous-face du plancher est de 20 cm × 45 cm.

Déterminer l'armature de peau (on se reportera au §2.31*).*

Réponse

Fissuration préjudiciable ⟶ 3 cm² de section d'acier pour l'armature de peau par mètre de parement.
Périmètre à considérer. La largeur de poutre en fond de moule étant à exclure en raison de la présence des aciers de traction, on a deux fois la hauteur de la retombée de poutre : 90 cm.

Section théorique correspondante : 2,70 cm² d'acier HA.

8 Semelles de fondations

But

Calculer des ouvrages de fondations par semelles rigides soumises à des charges centrées.

Les semelles de fondation sont les ouvrages de transition entre les charges appliquées sur murs ou poteaux et le sol porteur.

Les semelles en béton armé sont:

- superficielles { continues ou isolées
- rigides (non flexibles).

Elles ont pour but essentiel de:
- transmettre les charges au sol
- répartir les pressions

Forces ou actions

- Charges transmises par les murs ou les poteaux isolés:
  permanentes et d'exploitation, verticales, supposées centrées sur l'axe des semelles.
- Actions ascendantes du sol sous la semelle de fondation dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes.
- Condition d'équilibre statique
  Elle dépend de la capacité portante du sol (non-tassement, non-glissement, non-poinçonnement).

Justifications des sections (béton et acier)

À l'E.L.U. et à l'E.L.S. suivant les prescriptions du D.T.U. 13 - 12 et du B.A.E.L. pour:
-le dimensionnement géométrique,
-le calcul des armatures,
-les dispositions constructives minimales.

NB. Les semelles excentrées, les radiers, les semelles sur pieux, ne sont pas abordées dans le présent chapitre.

Les effets de la neige et du vent n'ont pas été pris en compte dans les exemples ou applications traitées.

1. Sollicitations de calcul

Charges verticales centrées	
E.L.U.R.	E.L.S.
Combinaisons de charges $N_u = 1{,}35\,G + 1{,}5\,Q$	Combinaisons de charges $N_{ser} = G + Q$

Remarques:

1. *Les combinaisons d'actions ont fait l'objet du chapitre 5.*
2. *Le calcul d'une descente de charges est effectué à la fin du chapitre 4, en considérant les états limites (E.L.U.R. et E.L.S.).*

2. Prédimensionnement des semelles

Hypothèses d'études

1. **Charges centrées** sur semelles.
2. **Sol homogène.**
3. **Semelle rigide** (voir condition ci-contre).
4. **Diagramme de répartition uniforme** des pressions sur le sol.
5. Transmission des charges appliquées aux semelles par des **bielles** obliques symétriques par rapport à l'axe. Ces bielles de béton comprimé engendrent des **efforts de traction** à la base des semelles (fig. 3).
6. **L'armature** équilibre ces efforts de traction.

NB. Le calcul des sections d'acier s'effectue à l'E. L. U. R.

Les vérifications concernant l'effort tranchant et la contrainte de compression des bielles ne sont pas nécessaires.

Tableau indicatif des contraintes de calcul admises pour le sol (symbole σ_{sol})

Nature du sol	$\overline{\sigma_{sol}}$ (MPa)
Roches peu fissurées saines non désagrégées et de stratification favorable	0,75 à 4,5
Terrains non cohérents à bonne compacité	0,35 à 0,75
Terrains non cohérents à compacité moyenne	0,20 à 0,40
Argiles (*)	0,10 à 0,30

** Certaines argiles très plastiques ne sont pas visées dans ce tableau.*

NB. Le calcul des pressions exercées sur le sol s'effectue à l'E. L. S.

Prédimensionnement des semelles rigides

Il s'agit de déterminer les dimensions d'une semelle rigide de fondation sous mur ou sous poteau de section carrée ou rectangulaire.

- **Éléments connus**
  - Contrainte de calcul admise sur le sol : $\overline{\sigma_{sol}}$
  - Charges appliquées au niveau supérieur de la semelle : G, Q
  - Dimensions
    - **cas d'une semelle continue :**
      - épaisseur du mur, symbole b
      - longueur prise égale à 1,00 m
    - **cas d'une semelle isolée :**
      - section rectangulaire du poteau : $a \times b$.
- **Éléments inconnus**
  - Dimensions de la semelle
    - continue : B, h
    - isolée : A, B, h
  - Poids propre de la semelle (p. p.)
- **Équilibre statique**

$N_{ser} = G + Q$ + p.p. semelle $= \sigma_{sol} \times$ aire de la surface portante avec $\sigma_{sol} \leq \overline{\sigma_{sol}}$

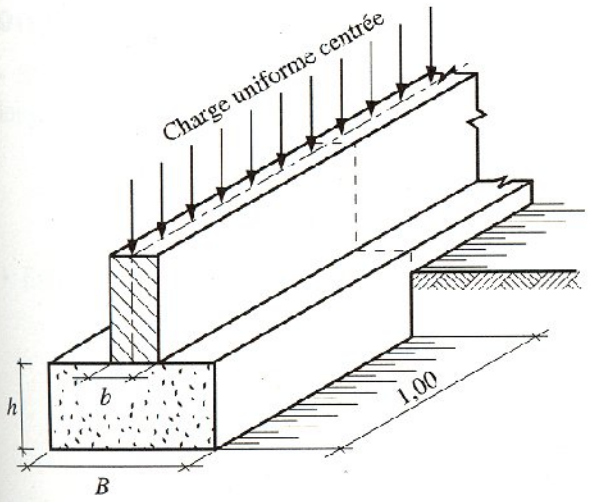


Fig. 1 Semelle continue

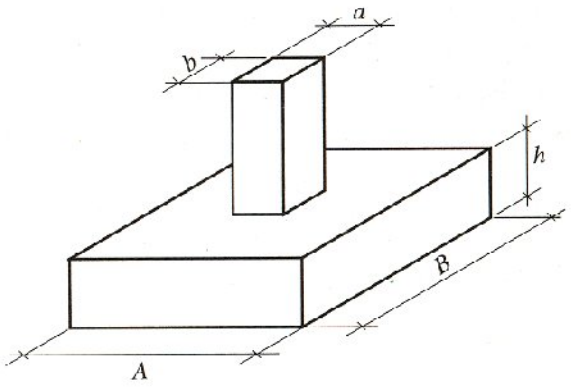


Fig. 2 Semelle isolée

Semelle continue → Aire de la surface portante : S ← **Semelle isolée**

1re étape
Aire approchée $S_1 < S$

$$S_1 = \frac{(G+Q)}{\overline{\sigma_{sol}}}$$

$$B_1 = \frac{S_1}{1{,}00} \quad \begin{matrix}(\text{surface en m}^2)\\(\text{longueur en m})\end{matrix}$$

Respect de l'homothétie des dimensions poteau et semelle :

$$\frac{a}{b} = \frac{A_1}{B_1} \Rightarrow S_1 = B_1^2 \frac{a}{b}$$

$$A_1 = \sqrt{S_1 \frac{a}{b}} \quad \text{et} \quad B_1 = \sqrt{S_1 \frac{b}{a}}$$

(Unités : S_1 en m^2 ; a et b en m)

2e étape
Choix des dimensions de la surface portante (multiples de 0,05 m)

$B \geqslant B_1$ ($L = 1{,}00$ m)

$A \geqslant A_1$ et $B \geqslant B_1$

3e étape
Condition de rigidité (D.T.U. 13-12)

$$\frac{B-b}{4} \leqslant d \leqslant B-b$$

Hauteur totale : $h = d + 0{,}05$ m
(h étant multiple de 0,05 m)

$h = d + 0{,}05$ (en m)

$h = d + 0{,}05$ (en m)

4e étape
Condition $\sigma_{sol} < \overline{\sigma_{sol}}$

$$\sigma_{sol} = \frac{N_{ser} + \text{p.p. semelle}}{\text{aire surface portante}}$$

Exemple d'application

Dimensionner une semelle isolée sous poteau de section carrée

- Charge sur semelle isolée: $N_{ser} = G + Q = 0{,}80$ MN
- Contrainte limite sur le sol: $\sigma_{sol} = 0{,}5$ MPa
- Poteau isolé: section carrée de 20 cm × 20 cm $\longrightarrow a/b = 1$
- Aire approchée: $S_1 = 0{,}80/0{,}5 = 1{,}60$ m^2
- Cotés de la semelle: $A = B = \sqrt{1{,}6 \times 1} = 1{,}265$ m
- Hauteur utile: $d = \dfrac{1.265 - 0{,}20}{4} = 0{,}27$ m
- Choix des dimensions: $A = B = 1{,}30$ m
  avec $h = d + 0{,}05 \longrightarrow h = 0{,}35$ m
- Contrôle de la contrainte sur le sol:

$$\sigma_{sol} = \frac{0{,}80 + 0{,}0148}{1{,}30 \times 1{,}30} = 0{,}482 \text{ MPa} < 0{,}5 \text{ MPa}$$

3. Détermination des aciers tendus

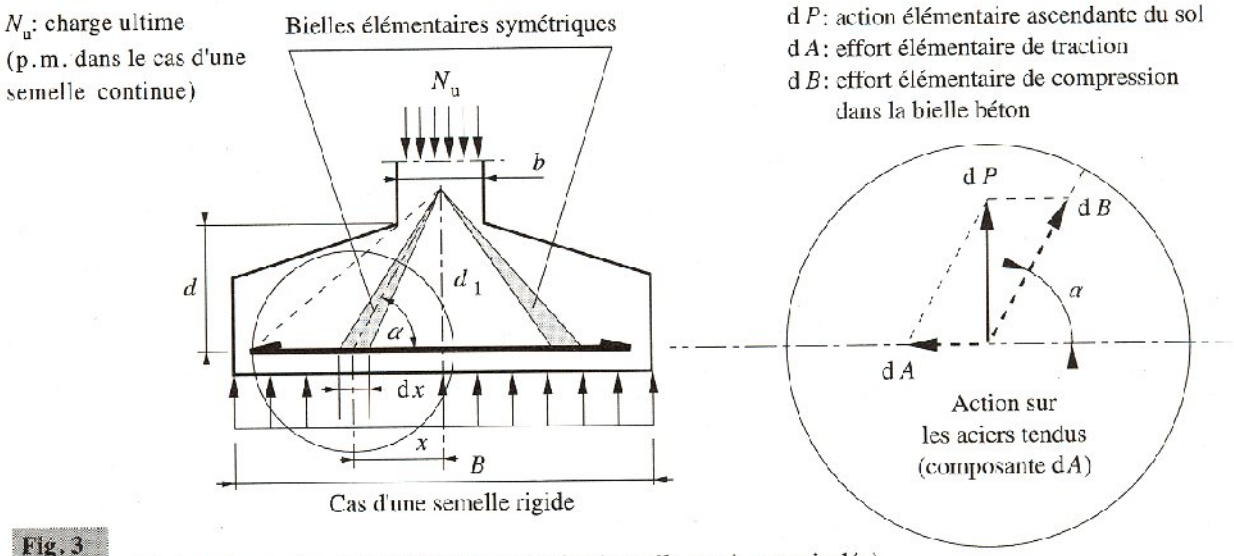


Fig. 3 Schéma de principe de la méthode des bielles (semelle continue ou isolée)

Méthode des bielles comprimées

Semelle continue sous mur

- Nappe inférieure // B (p.m.)

$$A_x = \frac{N_u}{8} \frac{(B - b)}{d \cdot f_{su}}$$

- Nappe supérieure ⊥ B
  (aciers de répartition placés dans le sens longitudinal)

$$A_y = A_x / 4$$

Semelle isolée sous poteau

- Nappe inférieure // B

$$A_x = \frac{N_u}{8} \frac{(B - b)}{d \cdot f_{su}}$$

- Nappe supérieure // A:
  $(d_1 < d)$

$$A_y = \frac{N_u}{8} \frac{(A - a)}{d_1 \ f_{su}}$$

NB. N_u ne tient pas compte de l'action du poids propre de la semelle dans le calcul des aciers.

Dispositions constructives

• Section minimale des aciers de répartition constituant le chaînage longitudinal :

> 2 cm² pour Fe E 400
> 3 cm² pour Ronds Lisses
> 1,6 cm² pour T.S. ou Fe E 500

• Enrobage des aciers ≥ 3 cm

Remarques :

d : *hauteur utile*
$\varnothing_1$: *diamètre des aciers pour* A_x
$\varnothing_2$: *diamètre des aciers pour* A_y

$$d_1 = d - \frac{(\varnothing_1 + \varnothing_2)}{2}$$

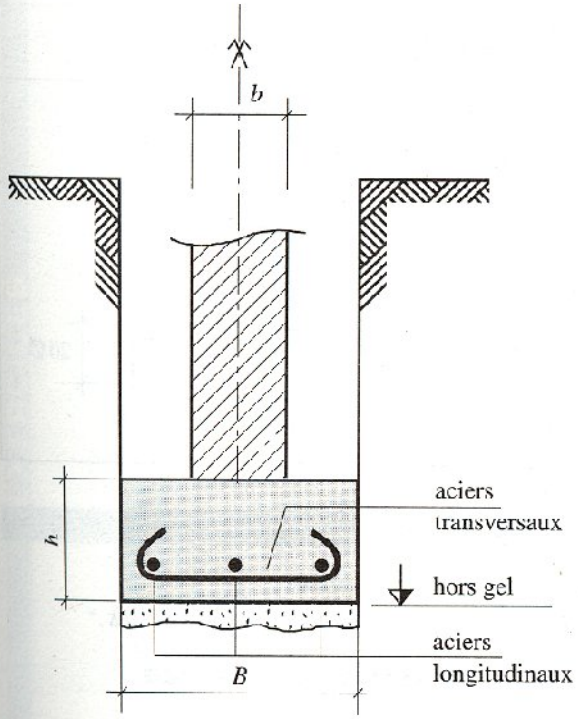


Fig. 4 Semelles continues : coupe type

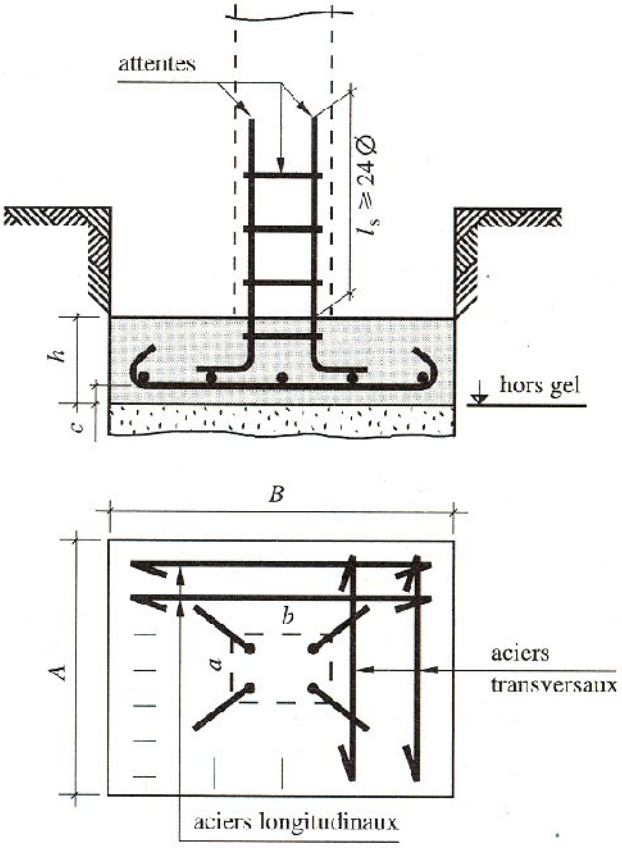


Fig. 5 Semelles isolées : coupe type

EXERCICE D'ASSIMILATION

EXERCICE

Calculer les armatures d'une semelle sous poteau rectangulaire de section 20 cm × 30 cm.

Données

$N_u = 1{,}12$ MN
$f_{su} = f_e / \gamma_s = 348$ MPa
$A = 1{,}20$ m
$B = 1{,}80$ m
$d = 0{,}40$ m

Réponse

• Nappe inférieure :

$$A_x = \frac{1,12}{8} \frac{(1,80 - 0,30)}{0,40} \frac{10^4}{348} = 15,09 \text{ cm}^2$$

→ Choix de 8 HA 16 totalisant 16,09 cm², espacés de 16 cm

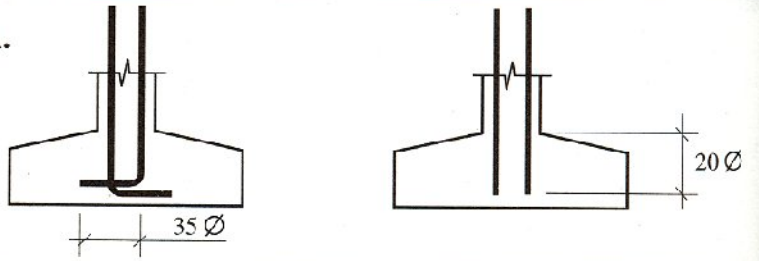
• Nappe supérieure :

Remarque : *Choix a priori d'un diamètre* ≤ 16 mm *pour les aciers de la nappe supérieure afin de calculer la valeur de* d_1. *En prenant* $\varnothing_2 = 12$ mm, *on a* $d_1 = 0,386$ m.

$$A_y = \frac{1,12}{8} \frac{(1,20 - 0,20)}{0,386} \frac{10^4}{348} = 10,42 \text{ cm}^2$$

→ Choix de 10 HA 12 totalisant 11,31 cm², espacés de 19 cm

4. Tableau d'arrêt pratique des barres des semelles et attentes

Ancrage, symbole l_s	$l_s = 40\ \varnothing$ pour Fe E 400 $l_s = 50\ \varnothing$ pour Fe E 500	
Arrêts des barres	Barres avec crochets à 120° ou 135° si	$l_s > \frac{B}{4}$
	Barres rectilignes (sans crochets) si	$\frac{B}{8} \leqslant l_s \leqslant \frac{B}{4}$
	Barres de longueur 0,86 B disposées en portefeuille si	$l_s < B/8$
Armatures du chaînage	Recouvrement $\geqslant 35\ \varnothing$ ou correspondant à trois soudures dans le cas de treillis soudés	
Aciers en attente pour poteaux ou voiles B.A.	Avec retour d'équerre dans la semelle s'il faut équilibrer un moment de flexion ou un effort de traction	

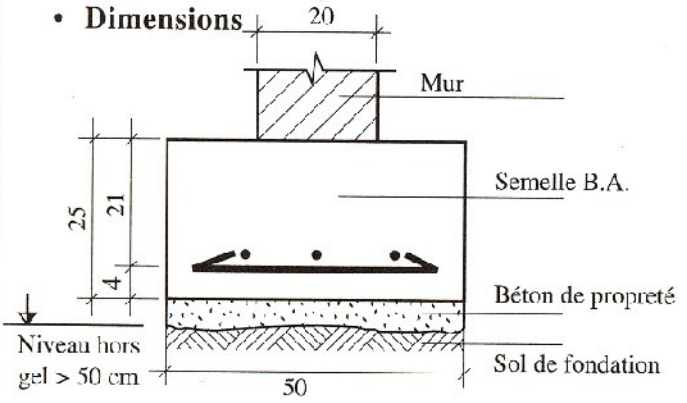
EXERCICES D'APPLICATION 1 et 2

Déterminer les sections d'armature des deux semelles rigides décrites ci-après.
Se reporter au § 3 pour exploiter les formules de calcul des aciers par la méthode des bielles.

1 Semelle continue sous mur

Données

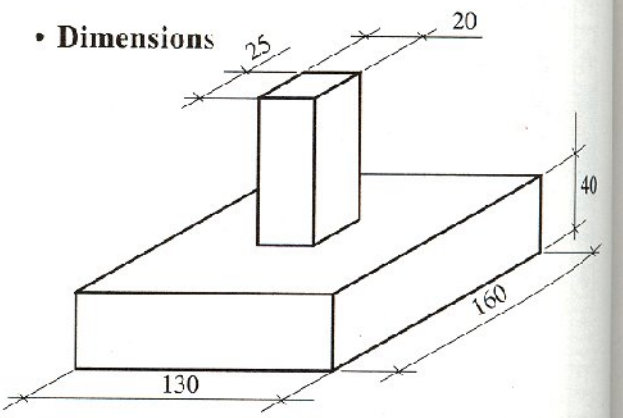
- Charge permanente p.m. : $G = 0{,}30$ MN
- Charge d'exploitation : $Q = 0{,}05$ MN
- **Matériaux**
  acier : Fe E 400 ($\gamma_s = 1{,}15$)
  béton : $f_{c28} = 25$ MPa
- **Contrainte limite sur le sol** (roche)
  $\overline{\sigma_{sol}} = 0{,}75$ MPa
- **Dimensions**



2 Semelle isolée sous poteau

Données

- Charge permanente p.m. : $G = 0{,}167$ MN
- Charge d'exploitation : $Q = 0{,}383$ MN
- **Matériaux**
  acier : Fe E 400
  béton : $f_{c28} = 22$ MPa
- **Contrainte admise sur le sol** (argiles)
  $\overline{\sigma_{sol}} = 0{,}3$ MPa
- **Dimensions**



NB. Par simplification, prendre la même valeur de d pour le calcul de A_x et A_y.

Réponses

- **Contrôles préliminaires**

$$d = 21 \text{ cm} > \frac{B-b}{4} = 7{,}5 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sol} = \frac{G + Q + \text{p.p. semelle}}{\text{Aire surface portante}}$$

$$\sigma_{sol} = 0{,}706 \text{ MPa} < \overline{\sigma_{sol}}$$

- **Calcul des sections d'acier**

$N_u = 1{,}35\,G + 1{,}5\,Q = 0{,}48$ MN

1. Nappe inférieure

$$A_x = \frac{N_u}{8}\,\frac{(B-b)}{d}\,\frac{10^4}{f_{su}}$$

$$A_x = \frac{0{,}48}{8}\,\frac{(0{,}50-0{,}20)}{0{,}21}\,\frac{10^4}{348}$$

$A_x = 2{,}46$ cm^2 par mètre

2. Nappe supérieure

$$A_y = \frac{1}{4} A_x = 0{,}62 \text{ cm}^2 \text{ par mètre}$$

- **Choix des sections réelles**

A_x : 5 HA 8 totalisant 2,51 cm^2

A_y : chaînage minimal 2 cm^2,
soit 3 HA 10 filants

Réponses

- **Contrôles préliminaires**

$$d = 35 \text{ cm} > \frac{160 - 25}{4}$$

Rapports d'homothétie voisins :

$$\frac{A}{a} = 6{,}5;\ \frac{B}{b} = 6{,}4$$

$$\sigma_{sol} = \frac{0{,}55 + 0{,}0208}{1{,}30 \times 1{,}60} = 0{,}274 \text{ MPa}$$

- **Calcul des sections d'acier**

$N_u = 1{,}35 \times 0{,}167 + 1{,}50 \times 0{,}383 = 0{,}80$ MN

1. Nappe inférieure // B

$f_{su} = f_e / \gamma_s = 348$ MPa

$$A_x = \frac{0{,}80}{8}\,\frac{(1{,}60-0{,}25)}{0{,}35}\,\frac{10^4}{348}$$

$A_x = 11{,}08$ cm^2

2. Nappe supérieure // A

$$A_y = \frac{0{,}80}{8}\,\frac{(1{,}30-0{,}20)}{0{,}35}\,\frac{10^4}{348}$$

$A_y = 9{,}03$ cm^2

- **Choix des sections réelles**

A_x : 10 HA 12 totalisant 11,31 cm^2

A_y : 8 HA 12 totalisant 9,05 cm^2

EXERCICES D'APPLICATION 3 et 4

Trouver les dimensions des deux semelles ci-après, soumise à une charge centrée, dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes.
Utiliser la démarche proposée dans le § 3.

3. Semelle continue

Données

$G = 0{,}21$ MN ; $Q = 0{,}10$ MN

$\overline{\sigma_{sol}} = 0{,}4$ MPa

Épaisseur du mur : 30 cm

Enrobage $\geqslant 4$ cm

4. Semelle isolée sous poteau

Données

$N_{ser} = G + Q = 0{,}486$ MN

$\overline{\sigma_{sol}} = 0{,}95$ MPa

Section du poteau : 20 cm × 30 cm

→ semelle à base rectangulaire

Réponse

- Aire approchée de la semelle

$$S_1 = \frac{G+Q}{\sigma_{sol}} = \frac{0,31}{0,40} = 0,775 \text{ m}^2$$

- Choix de la largeur B

$B_1 = 0,775$ m $\longrightarrow B = 0,80$ m

- Hauteur utile minimale

$$d = \frac{0,80 - 0,30}{4} = 0,125 \text{ m}$$

- Hauteur totale $\geqslant d + 0,05$ m

On prend: $h = 0,20$ m

- **Contrôle** de la contrainte sur le sol

$$\sigma_{sol} = \frac{0,31 + 0,004}{0,80} = 0,393 \text{ MPa}$$

$\sigma_{sol} < 0,4$ MPa $\longrightarrow$ Condition satisfaite

Réponse

- Aire approchée de la semelle

$$S_1 = \frac{0,486}{0,95} = 0,512 \text{ m}^2$$

Homothétie des dimensions: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b}$

- Choix des dimensions

Côté $B_1 = \sqrt{S_1 \frac{b}{a}} = 0,876$ m

Côté $A_1 = \sqrt{S_1 \frac{a}{b}} = 0,584$ m

Choix: $B = 0,90$ m ; $A = 0,60$ m

- Hauteur utile mimimale

$$d = \frac{0,90 - 0,30}{4} = 0,15 \text{ m}$$

- Hauteur totale retenue: 0,20 m

- **Contrôle** de la contrainte sur le sol

$$\sigma_{sol} = \frac{N_{ser} + \text{p.p. semelle}}{\text{Aire surf. portante}} = 0,905 \text{ MPa}$$

$\sigma_{sol} < 0,95$ MPa $\longrightarrow$ Condition satisfaite

Décoder les données et les résultats obtenus ci-après par ordinateur (logiciel C.B.A.). *Contrôler le prédimensionnement de la surface portante et vérifier la détermination des sections d'armature.*

5 Semelle continue

```
* SEMELLES DE FONDATIONS *  DTU 13.12

* Armatures       Fe   (MPa): ? 500
* Sol             Sigs (MPa): ? 0.2
* Semelle  1.Isolée
           2.Continue (1/2): ? 2
  Arrondi  sur A et B  (cm): ? 5

* Epaisseur du mur e    (cm): ? 20
* Charges centrees
   - permanentes    g (MN/m): ? 0.095
   - variables      q (MN/m): ? 0.025

* Predimensionnement A       B       H
   - Minimum  (cm) 100.0    61.2    15.3
   - Arrondi   5   100      65      20

* Contrainte sol     Sigma= 0.190  MPa
* Approx.As // a B   Ay   =  1.43  cm2
  (d=H-5cm) // a A   Ax   =  0.36  cm2/m
```

6 Semelle isolée sous poteau

```
* SEMELLES DE FONDATIONS *  DTU 13.12

* Armatures       Fe   (MPa): ? 500
* Sol             Sigs (MPa): ? 0.7
* Semelle  1.Isolee
           2.Continue (1/2): ? 1
  Arrondi  sur A et B  (cm): ? 5

* Poteau    a<b      a  (cm): ? 20
                     b  (cm): ? 25
* Charges centrees
   - permanentes     G  (MN): ? 0.55
   - variables       Q  (MN): ? 0.25

* Predimensionnement A       B       H
   - Minimum  (cm)  96.1   120.1   28.8
   - Arrondi   5    95     125     30

* Contrainte sol     Sigma= 0.681  MPa
* Approx.As // a B   Ay   = 12.85  cm2
  (d=H-5cm) // a A   Ax   =  9.64  cm2
```

9 Poteaux : compression centrée

But

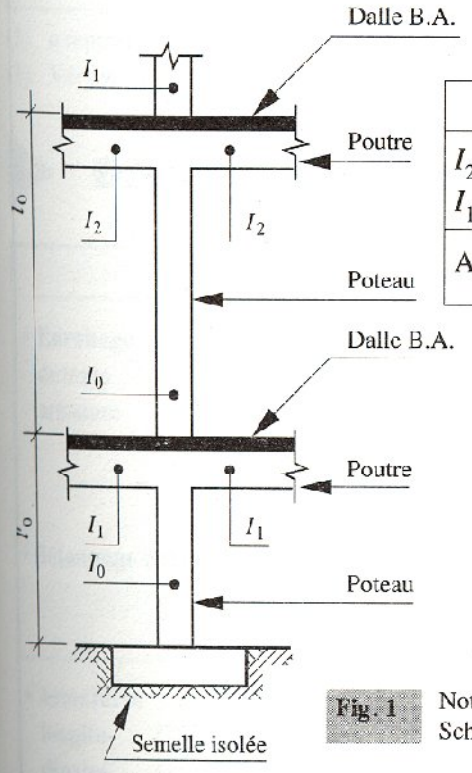
Les poteaux sont généralement soumis à des charges verticales qu'ils transmettent jusqu'aux fondations. Il s'agit de :
- préciser les hypothèses d'études ;
- calculer les armatures longitudinales ;
- choisir et organiser les armatures longitudinales et transversales en respectant les dispositions constructives.

Démarche

Dans les cas courants des poteaux de bâtiment, le calcul s'effectue par la méthode forfaitaire du B.A.E.L. à partir d'hypothèses simples, entre autres :
- élancement limité pour parer au risque de flambement ;
- effort normal de « compression centrée » ;
- justifications des sections à l'E. L. U. R. seul.

1. Notations et rappels

Longueur de flambement



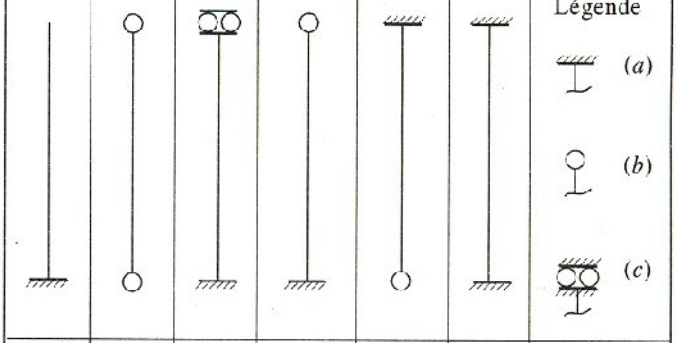
Batiment

Cas	l_f
$I_2 > I_0$ et $I_1 > I_0$	$0{,}7\ l_0$
Autres	l_0

Fig. 1 Notations. Schéma de principe

Cas général

Longueur de flambement l_f suivant liaisons

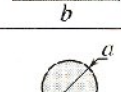
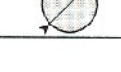


$2\ l_0$	l_0	l_0	$0{,}707 l_0$	$0{,}707 l_0$	$l_0/2$	← l_f

(*a*) encastrement, (*b*) articulation, (*c*) encastrement et déplacement possible par translation.

Fig. 2 Longueur de flambement en fonction des liaisons d'extrémités

- Hauteur de plancher à plancher : l_0
- Longueur de flambement : l_f
- Moment quadratique : I_{min}
- Section de béton : B
- Rayon de giration : $i = \sqrt{\dfrac{I_{min}}{B}}$
- Élancement : $\lambda = l_f / i$

Section type	B	I_{min}	i	λ
	ab	$\dfrac{ba^3}{12}$	$\dfrac{a}{2\sqrt{3}}$	$2\sqrt{3}\ \dfrac{l_f}{a}$
	$\dfrac{\pi D^2}{4}$	$\dfrac{\pi D^4}{64}$	$\dfrac{D}{4}$	$4\ \dfrac{l_f}{D}$

2. Hypothèses d'études

- **Compression «centrée»**
  L'excentrement éventuel de l'effort de compression est limité à la moitié de la dimension du «noyau central».
- **Élancement:** $\leqslant 70$
- **Combinaison d'action**
  Dans les cas courants, l'unique combinaison à considérer est:

$$1{,}35\,G + 1{,}5\,Q \quad \text{à l'E.L.U.R.}$$

Sections	Noyau central
Rectangulaire ($a \times b$)	Losange de sommet $a/6$, $b/6$ sur les axes
Circulaire	Cercle de rayon $R/4$

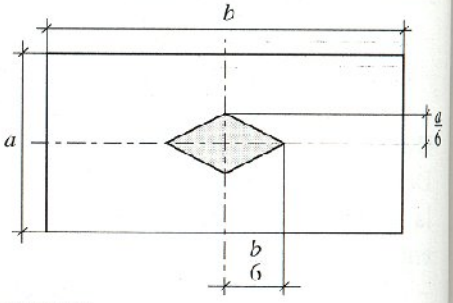


Fig. 3 Noyau central, section rectangulaire

Évaluation des charges verticales (B.A.E.L. B.8.1)

Bâtiment à deux travées	Poteaux de rive	Sans majoration de charges
	Poteaux centraux	Charges majorées de 15 %
Bâtiment à plus de trois travées	Poteaux de rive	Sans majoration de charges
	Poteaux intermédiaires voisins des poteaux de rives	Charges majorées de 10 %

3. Calcul des armatures longitudinales

Méthode forfaitaire

Données

Combinaison de base	: $N = 1{,}35\,G + 1{,}5\,Q$
Longueur de flambement	: l_f
Section du poteau	: a, b ou D
Matériaux	: f_{c28}, f_e

Rayon de giration: $i = \sqrt{\dfrac{I}{B}}$

Élancement: $\lambda = \dfrac{l_f}{i} \leqslant 70$ — non → Méthode forfaitaire non applicable

oui

Coefficient α: $\lambda \leqslant 50$

oui: $\alpha = \dfrac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2}$

non: $\alpha = 0{,}6\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2$

(1)

Exemple: poteau intérieur d'étage

$G = 0{,}368$ MN, $Q = 0{,}148$ MN $\Rightarrow N_u = 0{,}719$ MN

$l_0 = 3{,}00$ m $\Rightarrow l_f = 0{,}7\,l_0 = 2{,}10$ m

Section rectangulaire: $a = 18$ cm; $b = 25$ cm

$f_{c28} = 24$ MPa; $f_e = 400$ MPa

$$I = ba^3/12 = \frac{25 \times 18^3}{12} = 12\,150 \text{ cm}^4$$

$$B = ab = 18 \times 25 = 450 \text{ cm}^2$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} = 5{,}196 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{210}{5{,}196} = 40{,}42 < 70$$

$$\left(\text{ou } \lambda = 2\sqrt{3}\,l_f/a\right)$$

$\lambda < 50$

$$\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2} = 0{,}671$$

N.B. On suppose que la majorité des charges est appliquée après 90 jours.

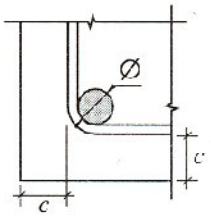
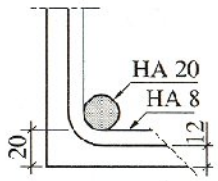
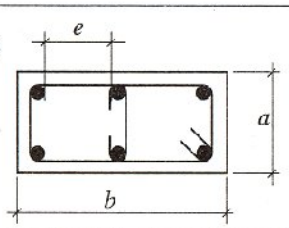
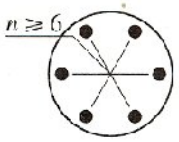
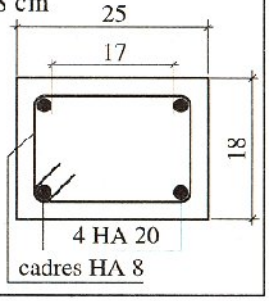
(1) Si $N_u/2$ appliqué avant 90 j: diviser α par 1,10
28 j: diviser α par 1,20, remplacer f_{c28} par f_{cj}.

Section réduite (–1cm d'enrobage)		
$B_r = (a-2)(b-2)$ ← Type section → $B_r = \pi (d-2)^2/4$		$B_r = (a-2)(b-2) = 16 \times 23 = 368\ cm^2$
$A_{théorique}$	$A_{th} = \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r\ f_{c28}}{0,9\ \gamma_b}\right)\frac{\gamma_s}{f_e}$ (1)	$A_{th} = \left(\frac{0,813}{0,671} - \frac{0,0368 \times 24}{0,9 \times 1,5}\right)\frac{1,15}{400} \cdot 10^4 = 12,00\ cm^2$
A_{min}	$A\ (4u) = 4u\ cm^2$ (2)	$u = 2\ (0,18 + 0,25) = 0,86\ m$ $A\ (4u) = 4 \times 0,86 = 3,44\ cm^2$
	$A\ (0,2\%) = 0,2\ \frac{B}{100}$	$A\ (0,2\%) = 0,2\ \frac{18 \times 25}{100} = 0,9\ cm^2$
	$A_{min} = sup\ (A\ (4u)\ ;\ A(0,2\%))$	$A_{min} = sup\ (3,44\ ;\ 0,9) = 3,44\ cm^2$
$A_{s\ calc}$	$A_{s\ calc} = sup\ (A_{th}\ ;\ A_{min})$ (3)	$A_{s\ calc} = sup\ (12,00\ ;\ 3,44) = 12,00\ cm^2$

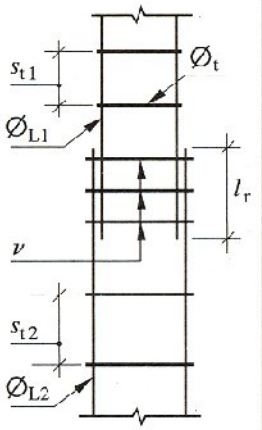
(2) u représente le périmètre de la section exprimé en m.

(3) Vérifier de plus que $A_s < 5\ \%\ B$, sinon frettage (cf B. A. E. L. A.8.1,2).

4. Dispositions constructives (B.A.E.L. A.7.2 et A. 8.1)

Indications règlementaires		Exemple (suite)
• **Enrobage** de toute armature 	**Distance mini aux parements** $c \geqslant$ 1 cm local couvert, sans condensation $c \geqslant$ 3 cm intempéries, condensation 5 cm littoral, brouillard salin $c \geqslant \varnothing_L$ et c_g (cf A.7.2) (diamètres maxi respectivement des aciers longitudinaux et des granulats)	Choix A_s: 4 HA 20 (12,57 cm2)  $c \geqslant$ 1 cm $c \geqslant$ 20 mm
• **Armatures longitudinales** A_s 	**Espacements maximaux** Section rectangulaire $e \leqslant a + 10$ cm $e \leqslant 40$ cm si $\lambda > 35$ Section circulaire 	Section rectangulaire 18 × 25 $e < 18 + 10 = 28$ cm $e < 40$ cm Choix: 

$\lambda > 35$	A_s à placer
	aux angles
	le long de b

Indications règlementaires		Exemple (suite)
• **Armatures transversales** Jonction par recouvrement  	**Diamètres et espacements** Ceinturage externe de A_s $\varnothing_t \geqslant \frac{\varnothing_L}{3}$ avec $f_c > 330$ MPa $s_t \leqslant \bar{s}_t = \inf(a + 10\text{ cm};$ $15\,\varnothing_{min}; 40\text{ cm})$ $l_r \geqslant 0{,}6\,l_s = 24\,\varnothing$ pour HA $\nu \geqslant 3$ cours transversaux	$\varnothing_t = 8\text{mm} \geqslant \frac{20\text{ mm}}{3}$ $s_t \leqslant \bar{s}_t = \inf(28; 30; 40) = 28$ cm Choix : $s_t = 25$ cm (4 cadres HA 8 p.m.)

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Données

Poteau B.A. de caractéristiques géométriques suivantes : section 35 × 50 cm, $l_f = 2{,}50$ m

Déterminer les valeurs suivantes :

Moment quadratique I_{min}	Rayon de giration i	Élancement λ
?	?	rép. : 24,75

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Données

Section type	rectangulaire	circulaire
Paramètres connus	l_f, a, b	l_f, D

Établir les rapports l_f / a et l_f / D pour respecter $\lambda \leqslant 50$

Réponse

$l_f / a \leqslant 14{,}4$ et $l_f / D \leqslant 12{,}5$

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Déterminer le coefficient de réduction α.

Données

Poteau de bâtiment d'élancement 53, chargé à 20 jours.

Réponse

$50 < \lambda < 70$; $\alpha = 0{,}6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 = 0{,}534$ pour $j > 90$ jours

- La mise en charge précoce impose $\alpha = \frac{0{,}534}{1{,}2} = 0{,}445$
- f_{c28} doit être remplacé par f_{c20}

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Déterminer les armatures d'un poteau intérieur B.A. soumis à un effort normal de compression centrée sur la section de béton.

Données

- Effort normal à l'état limite ultime E.L.U. : $N_u = 850\,000$ N (ou 0,85 MN)
- Section du poteau : 25 cm × 25 cm
- Longueur de flambement : $l_f = 320$ cm
- Chargement > $N_u / 2$ appliqué avant 90 j
- Résistance caractéristique du béton : $f_{c28} = 30$ MPa
  (béton réalisé avec gravillons moyens : maille de tamis 8 à 12,5 mm)
- Armatures en acier HA : $f_e = 400$ MPa ; $\gamma_s = 1{,}15$

EXERCICE EXERCICE EXERCICE

Rappel des formules

- Effort normal ultime
  $N_u = 1{,}35\,G + 1{,}5\,Q$
- Élancement mécanique λ
  $\lambda = \dfrac{l_f}{i} = 2\sqrt{3}\,\dfrac{l_f}{a}$
- Valeur du coefficient α pour $\lambda \leqslant 50$
  $\alpha = \dfrac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2}$
- Règle : α est à diviser par 1,10 si la majeure partie des charges est appliquée avant 90 jours.
- Section réduite de béton B_r
  $B_r = (a - 2)\,(b - 2)$

Section théorique de l'armature

$$A_{th} = \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r\, f_{c28}}{0{,}9\,\gamma_b}\right)\frac{\gamma_s}{f_e}$$

unités : B_r et A en m^2
f_{c28} et f_e en MPa
N_u en MN

- Section réelle : voir tableau Annexe 1

Dispositions constructives minimales

- Section minimale d'aciers
  $A_s \geqslant 4\,u = 8\,(a + b)/100$
  unités : A_s en cm^2 ; u en m ; $(a + b)$ en cm
- Pourcentages d'armature
  $0{,}2\,\dfrac{B}{100} \leqslant A_s \leqslant 5\,\dfrac{B}{100}$
- Armatures transversales
  $\varnothing_t > \varnothing_L/3$

Espacement des cours transversaux

$s_t < \inf\{15\,\varnothing_{L\,min} ; 40\text{ cm} ; a + 10\text{ cm}\}$

- Longueur de recouvrement
  $l_r \geqslant 24\,\varnothing_L$
- Nombre de cours transversaux disposés sur la longueur l_r
  $n \geqslant 3$ cours

Enrobage et bétonnage correct

1 cm : lieu clos, couvert, sans condensation
3 cm : intempéries, condensation
5 cm : mer, brouillard salin
Enrobage minimal $c \geqslant \sup\{\varnothing_L ; c_g\}$
avec $\varnothing_L$: diamètre maximal des aciers
c_g : diamètre maximal des granulats

Application numérique

- Valeur de l'effort normal ultime
  $N_u = 0{,}85$ MN
- Élancement du potcau ($a = 25$ cm)
  $\lambda = 2\sqrt{3}\,\dfrac{320}{25} = 44{,}34$
- Détermination du coefficient α ($\lambda < 50$)
  $\alpha = \dfrac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{44{,}34}{35}\right)^2} = 0{,}644$

Chargement avant 90 jours : $\alpha = \dfrac{0{,}644}{1{,}1} = 0{,}585$

- Section réduite de béton
  $B_r = 529\ cm^2$

Calcul de la section théorique

$$A_{th} = \left(\frac{0{,}850}{0{,}585} - \frac{0{,}0529 \times 30}{1{,}35}\right)\cdot\frac{1{,}15}{400}$$

N.B. Veiller aux unités pour exprimer ensuite la section en cm^2.
$A_{th} = 7{,}98\ cm^2$

- Section réelle : 4 HA 16 totalisant $8{,}04\ cm^2$

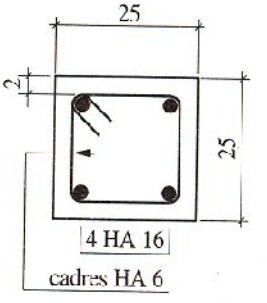
Dispositions constructives

- Armature réelle $A_s = 8{,}04\ cm^2$
  $A_s \geqslant \dfrac{8}{100}\,(25 + 25) = 4\ cm^2$
- Contrôle des pourcentages d'acier
  $0{,}2 \times \dfrac{625}{100} < 8{,}04 < 5 \times \dfrac{625}{100}$
- Cadres du poteau
  $\varnothing_L = 16\text{ mm} \longrightarrow \varnothing_t = 6\text{ mm}$

Espacement des cadres

$s_t = \inf\{15 \times 16 ; 40 ; 35\} = 24$ cm

- Valeur de l_r en cm
  $l_r \geqslant 24 \times 1{,}6 = 38{,}4$ cm, soit $l_r = 40$ cm
- Cadres disposés sur recouvrement
  3 cours espacés de 12 cm



EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Vérifier les résultats ci-après du calcul par ordinateur de la section théorique A_s d'armature pour un poteau de bâtiment soumis à la compression centrée avec chargement supérieur à $N_u/2$ à 40 jours.

Données

$N_u = 0{,}684$ MN
$f_{c28} = 30$ MPa
$f_e = 500$ MPa
$l_f = 4{,}50$ m
Section béton : 25 cm × 35 cm

Indications réglementaires

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = 62{,}35$$

$$50 < \lambda < 70 \longrightarrow \alpha = 0{,}6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$$

La valeur de α est à diviser par 1,10 car la majeure partie des charges est appliquée avant 90 jours.

```
*  POTEAUX DE BATIMENTS  * Art.B.8.4 *

* Materiaux       Fc28 (MPa): ? 30
                  Fe   (MPa): ? 500
* Flambement      Lf   ( m ): ? 4.50
* Section      1.Rectangle
               2.Cercle  1/2 ? 1
* Rectangle a<b     a   (cm): ? 25
                   b   (cm): ? 35
* Charge ultime    Nu  (MN): ? 0.684
        > Nu/2  a  J (jour): ? 40

* Armatures          As       = 6.06    cm2

* Details            Lambda   = 62.35
                     Alpha    = .351
  S = 875     cm2    Br       = 759     cm2
                     A theor  = 6.06    cm2
  U = 1.2     m      A ( 4u)  = 4.8     cm2
                     A (.2%)  = 1.75    cm2
```

(Logiciel C.B.A.)

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

1) Décoder directement dans les listings ci-après les données de l'étude relatives :
- *aux caractéristiques des matériaux f_{c28} et f_e ;*
- *à la longueur de flambement l_f ;*
- *aux dimensions de la section (petit côté a, grand côté b, diamètre D) ;*
- *à l'effort normal ultime N_u ;*
- *à l'application des charges dans le temps (en jours).*

2) Effectuer, dans les deux cas, le calcul de l'armature A_s et vérifier les dispositions constructives minimales.

```
*  POTEAUX DE BATIMENTS  * Art.B.8.4 *

* Materiaux       Fc28 (MPa): ? 25
                  Fe   (MPa): ? 500
* Flambement      Lf   ( m ): ? 2.80
* Section      1.Rectangle
               2.Cercle  1/2 ? 1
* Rectangle a<b     a   (cm): ? 20
                   b   (cm): ? 30
* Charge ultime    Nu  (MN): ? 0.45
        > Nu/2  a  J (jour): ? 35

* Armatures          As mini = 4       cm2

* Details            Lambda   = 48.5
                     Alpha    = .558
  S = 600     cm2    Br       = 504     cm2
                     A theor  =-2.93    cm2
  U = 1       m      A ( 4u)  = 4       cm2
                     A (.2%)  = 1.2     cm2
```

Remarques

$A_{th} < 0 \rightarrow$ *section de béton surabondante*
Section minimale : $A_{s\,min} = 4$ cm²
Section réelle : $A_s = 4$ HA 12

```
*  POTEAUX DE BATIMENTS  * Art.B.8.4 *

* Materiaux       Fc28 (MPa): ? 20
                  Fe   (MPa): ? 500
* Flambement      Lf   ( m ): ? 2.90
* Section      1.Rectangle
               2.Cercle  1/2 ? 2
* Diametre          D   (cm): ? 25
* Charge ultime    Nu  (MN): ? 0.560
        > Nu/2  a  J (jour): ? 30

* Armatures          As       = 8.37    cm2

* Details            Lambda   = 46.4
                     Alpha    = .572
  S = 490.87  cm2    Br       = 415.48  cm2
                     A theor  = 8.37    cm2
  U = .7854   m      A ( 4u)  = 3.14    cm2
                     A (.2%)  = .98     cm2
```

(Logiciel C.B.A.)

Remarques

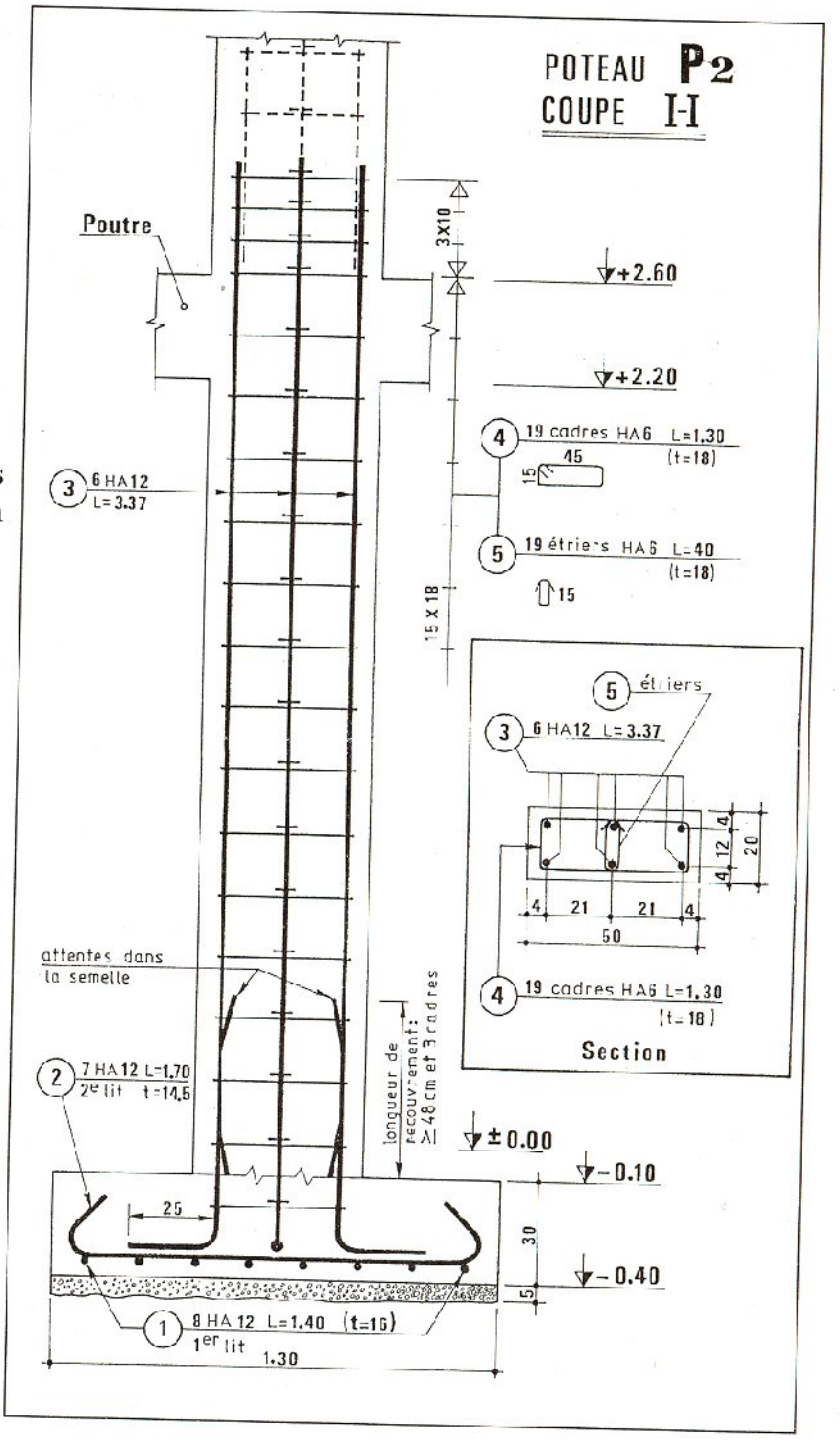
Section théorique : $A_{th} = 8{,}37$ cm²
Section réelle : $A_s = 9{,}24$ cm²
(soit 6 aciers Ø 14 à placer symétriquement)

5. Application

Évaluer la capacité portante du poteau P_2 *de la figure ci-dessous sachant qu'il est situé à l'intérieur d'un bâtiment courant. Il est réalisé avec un béton dosé à* 350 kg/m³ *de ciment* CPJ 45 *et des armatures de nuance* Fe E 400.

Données

f_{c28} = 20 MPa ; f_e = 400 MPa
$c_{g\,max}$ = 20 mm ; $j \geqslant$ 90 jours



N.B. Hauteur libre du poteau = 260 cm + 10 cm

Réponse

Lecture de plan

- Hauteur libre : $l_0 = 2{,}70$ m
- Section 20 × 50 : $B = 1000$ cm²
- $A_s = 6{,}786$ cm² (6 HA 12)
- $s_t = 18$ cm

Vérification des dispositions constructives

- Enrobage : $c = 40 - 6 - 6 = 28$ mm > 1 cm
- Bétonnage : $c = 28$ mm > c_g
- Écartements
  maxi entre HA 12 : 21 cm
  maxi autorisé : inf $(a + 10; 40) = 30$ cm
- $\lambda > 35 \longrightarrow$ barres HA 12 le long des grands côtés
- $\varnothing_t = 6$ mm donc $\varnothing_t > \dfrac{\varnothing_L}{3} = 4$ mm

(étrier central s'opposant à la poussée au vide)

- $s_t = 18$ cm n'excédant pas
  $\overline{s_t} = \inf(a + 10;\ 15\,\varnothing_L;\ 40) = 18$ cm

Vérification des pourcentages réglementaires

- $A_s > A_{min} = \sup\{4u;\ 0{,}2\,\%\ B\} = 5{,}6$ cm²
  $A_s < 5\,\%\ B = 50$ cm²

Calcul de la capacité portante ultime $\overline{N_u}$

$$\overline{N_u} = \alpha\left(\frac{B_r\, f_{c28}}{0{,}9\ \gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s}\right)$$

$$l_f = 0{,}7 l_0 = 1{,}89 \text{ m}$$

$$\lambda = 2\sqrt{3}\,\frac{l_f}{a} = 32{,}74 < 50$$

$$\text{donc } \alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2} = 0{,}7234$$

$B_r = 864$ cm² et $f_{c28} = 20$ MPa

$\overline{N_u} = 1{,}097$ MN

LOGICIEL CBA

Cet ouvrage est illustré de nombreux exemples traités ou vérifiés à l'aide de modules de calculs élaborés par les auteurs dans un souci pédagogique.

Ces modules fonctionnent sur compatibles PC sous DOS :
- dix d'entre eux sont regroupés sur une première disquette ;
- dix autres modules seront regroupés sur une seconde disquette.

■ Contenu de la disquette n° 1

Elle comporte 6 modules RdM et 4 modules BAEL 91, correspondant sensiblement au contenu de cet ouvrage.

Thèmes	Applications	Cas traités
RdM	CdG et moment quadratique I_x	Section : • simples • composées
	Poutres ISO (calcul de M et V)	Charges : • uniformes • localisées • trapézoïdales • quelconques
BAEL 91	Armatures des sections de poutres fléchies à section rectangulaire	A_S : ELS et ELUR
	Vérification des contraintes et M_u (section rectangulaire et en Té)	σ et M_u : ELS et ELUR
	Armatures de poteaux en compression centrée	B. 8. 4 : méthode forfaitaire

■ Contenu de la disquette n° 2 *(en préparation)*

Fondations rigides, poutres continues (méthodes Caquot et forfaitaire), adhérence, effort tranchant, flèches, calcul des sections fléchies avec armatures comprimées à l'ELS et à l' ELUR.

Pour tout renseignement complémentaire concernant les conditions d'obtention de ces produits, écrivez soit directement aux auteurs à l'adresse indiquée ci-dessous :

J. LAMIRAULT, Laboratoire de Génie civil
École centrale de Nantes
1 rue de la Noë, 44072 Nantes Cedex 03

soit aux Éditions FOUCHER (Service Édition - Secteur industriel).

10 Tirants: traction simple

Les tirants sont des éléments B.A. soumis à un effort normal de traction.
Ils servent à équilibrer:
- les poussées horizontales, par exemple les poussées engendrées aux appuis par un arc;
- les actions verticales, cas d'utilisation: suspentes.

Condition de sollicitation de traction simple dans une section: le point d'application de l'effort normal de traction N doit coïncider avec le C.d.G. de la section des armatures et de celle du béton.

Démarche

Il s'agit de considérer les états limites afin de:
- déterminer les sections d'acier en fonction de N_u et N_{ser};
- contrôler les dispositions réglementaires minimales.

1. Hypothèses d'études

- La résistance du béton tendu n'est pas prise en compte.
- L'effort normal N est uniquement équilibré par les aciers.
- Même centre de surface (C.d.G.) pour la section de béton et pour la section des armatures.
- La condition d'équilibre statique doit être satisfaite:
  - à l'E.L.U.R. $\longrightarrow N_u$
  - à l'E.L.S. $\longrightarrow N_{ser}$.

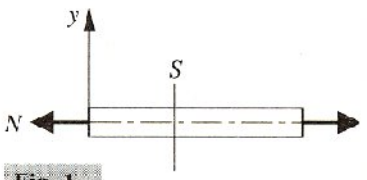


Fig. 1
Schéma de principe

Principe de calcul

$$\text{Effort normal de calcul} = \left\{\text{Section des aciers}\right\} \times \left\{\text{Contrainte de calcul}\right\}$$

$$N_u = A_u \times f_{su} \qquad N_{ser} = A_{ser} \times \sigma_{st}$$

2. Contraintes de calcul

État limite de résistance (E.L.U.R.)

- Déformation de l'acier:
  $\varepsilon_s = 10\,‰$ ▸ pivot A
- Contrainte de traction: $f_{su} = f_e/\gamma_s$

État limite de service (E.L.S.)

- État limite d'ouverture de fissures. La contrainte de traction des aciers σ_{st} est bornée suivant les cas de fissuration:
  - préjudiciable,
  - très préjudiciable.
- La valeur des contraintes de calcul est fonction de la nuance de l'acier et de la résistance du béton à la traction (voir Annexe 2).

3. Détermination des sections d'armatures

Calcul E.L.U.R.

- Effort normal de traction
  $N_u = 1{,}35\,G + 1{,}50\,Q$
- Condition d'équilibre statique
  $N_u = A_{su} \times f_{su}$
- Calcul de la section théorique
  $A_{su} = N_u / f_{su}$

Calcul E.L.S.

- Effort normal de traction
  $N_{ser} = G + Q$
- Condition d'équilibre statique
  $N_{ser} = A_{ser} \times \overline{\sigma_{st}}$
- Calcul de la section théorique
  $A_{ser} = N_{ser} / \overline{\sigma_{st}}$ *

Section théorique à retenir:
$A = \sup\{A_u; A_{ser}\}$

* Voir Annexe 2 pour $\overline{\sigma_{st}}$

Conséquence pratique

Limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'aciers

Condition de non-fragilité
(B.A.E.L. A.4.2)

$$\underbrace{A_s \times f_e}_{\text{Effort de traction des aciers}} \geqslant \underbrace{B \times f_{t28}}_{\text{Effort de traction du béton}}$$

Notations

A_s : section réelle des aciers tendus
f_e : limite d'élasticité de l'acier
B : section totale du béton tendu
f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction

4. Dispositions réglementaires minimales

Conditions d'enrobage des aciers

(B.A.E.L. A.7.1)

L'enrobage c de toute armature est au moins égal à :
- 5 cm : ouvrages à la mer
- 3 cm : milieu soumis à des actions agressives
- 3 cm : milieu soumis soit
  - aux intempéries
  - aux condensations
  - aux liquides
- 1 cm : locaux couverts et clos, sans condensation.

Possibilités de bétonnage correct

(B.A.E.L. A.7.2)

$\varnothing_t \leqslant \{h/35; \varnothing; b_0/10\}$
$e_v \geqslant \{c_g; \varnothing\}$
$e_h \geqslant \{1{,}5c_g; \varnothing\}$
$c_t \geqslant \varnothing$

Voir figure 2.

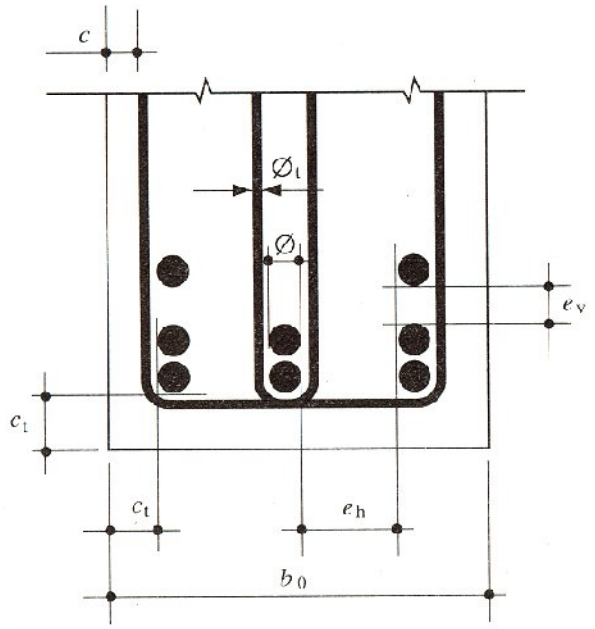


Fig. 2 Protection des aciers et possibilités de bétonnage

Diamètres et écartements

Cas de la fissuration préjudiciable

- Aciers longitudinaux tendus :
  $\varnothing \geqslant 6$ mm
- Écartement entre barres :
  $e_h \leqslant 4\varnothing$ si $\varnothing \geqslant 20$ mm

Cas de la fissuration très préjudiciable

- Aciers tendus :
  $\varnothing \geqslant 8$ mm
- Écartement entre barres :
  $e_h \leqslant 3\varnothing$ si $\varnothing \geqslant 20$ mm

Jonction de barres par recouvrement

- **Longueur de scellement droit l_s**
  En pratique :
  $l_s = 40\varnothing$ pour Fe E 400
  $l_s = 50\varnothing$ pour Fe E 500

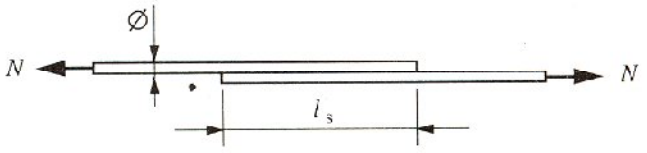


Fig. 3 Jonction de barres par recouvrement

- **Nombre de cadres sur la longueur de recouvrement**
  Condition : $2n A_t \geqslant n_1 A_1$
  n : nombre de cadres
  A_1 : section d'un brin
  n_1 : nombre de barres non continues au droit du recouvrement
  A_1 : section d'une barre

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Déterminer la section d'acier pour un tirant en B. A. soumis à un effort normal de traction simple, appliqué au C. d. G. de la section.

Données

N_u = 220 000 N, ou 0,22 MN
N_{ser} = 160 000 N, ou 0,16 MN
Section du tirant: 15 cm × 15 cm

Acier Fe E 400; $\gamma_s = 1{,}15$; $\eta = 1{,}6$
Béton: f_{c28} = 30 MPa
Cas de fissuration préjudiciable

Réponse

Calcul E.L.U.R.

- Contraintes de calcul de l'acier:
  pivot A; $\varepsilon_s = 10\ ‰$
  $f_e / \gamma_s = 348$ MPa
- Section théorique d'armature tendue (en cm²):

$$A_u = N_u / f_{su}$$

$$A_u = \frac{0{,}22}{348} \times 10^4 = 6{,}32 \text{ cm}^2 *$$

Calcul E.L.S.

- Contrainte de calcul: $\overline{\sigma_{st}} = 216$ MPa
  (Lire la valeur de $\overline{\sigma_{st}}$ en Annexe 2, pour $f_{c28} = 30$ MPa et fiss. préj.)
- Section théorique d'armature tendue (en cm²):

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\overline{\sigma_{st}}} = \frac{0{,}16 \times 10^4}{216} \text{ cm}^2$$

$$A_{ser} = 7{,}41 \text{ cm}^2 > A_u = 6{,}32 \text{ cm}^2 *$$

Choix de la section réelle:

A_s = 4 HA 16 totalisant 8,04 cm²

Contrôle de la condition de non-fragilité

$$A_s \times f_e \geqslant B \times f_{t28}$$

$$8{,}04 \times 10^{-4} \times 400 > 225 \times 10^{-4} \times 2{,}40$$

ou: 0,32 MN > 0,054 MN

(*) ***Remarque***: *le calcul E.L.U.R. avec un acier* HA Fe E 500 *donne* $A_u = 5{,}06$ cm².

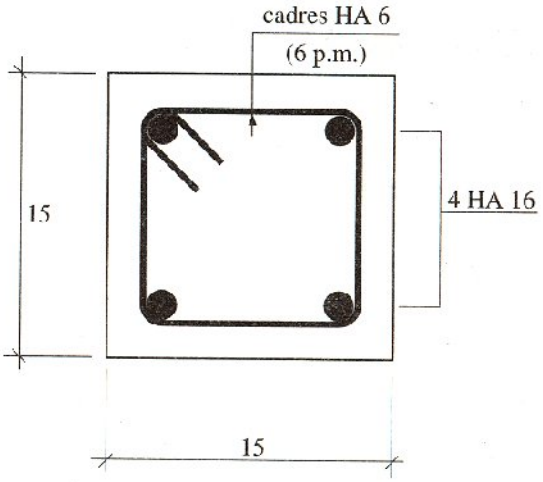


Fig. 4
Section du tirant

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Contrôler les dispositions constructives ci-après d'un tirant de section 20 cm × 20 cm, *armé de* 4 HA 20 *(Voir figure 5).*
Béton: f_{c28} = 25 MPa
Diamètre des granulats utilisés $c_g \leqslant 20$ mm.
Cas de fissuration préjudiciable.

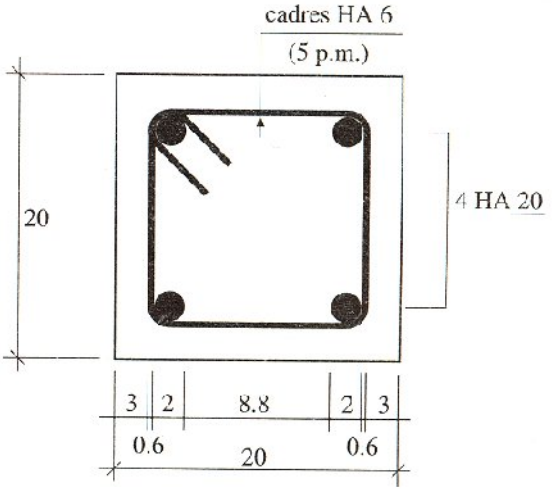


Fig. 5

Données **Réponse**

Dispositions constructives minimales	Conformité
Enrobage : $c \geqslant 3$ cm	Oui
Possibilité de bétonnage correct : $e_h \geqslant (\varnothing ; 1{,}5\, c_g)$ $e_h \leqslant 4\,\varnothing$	(Voir fig. 2) Oui $e_h = 8{,}8$ cm > 8 cm
Diamètres des cadres : 6 mm Espacement des cadres : 20 cm	Oui Pas de règle particulière en zone courante
Condition de non fragilité : $A_s = 12{,}57$ cm^2 ; $B = 400$ cm^2 $f_e = 400$ MPa ; $f_{t28} = 2{,}10$ MPa	Condition : $A_s \times f_e \geqslant B \times f_{t28}$ vérifiée

Remarques : • *Effort de traction (en admettant la conformité) :*
$\overline{N_u} = 0{,}437$ MN *à l'E.L.U.R. et* $\overline{N_{ser}} = 0{,}254$ MN *à L'E.L.S.*
• *Avec utilisation d'un acier* HA Fe E 500, *on a :*
$\overline{N_u} = 0{,}546$ MN *et* $\overline{N_{ser}}$ *est inchangé.*

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Déterminer la section d'armature et contrôler les dispositions constructives du tirant horizontal de la figure 6.
Ce tirant relie les montants inclinés d'un portique au niveau des appuis.
Il repose sur le sol et son poids propre n'est pas à prendre en compte.
Il est destiné à équilibrer les poussées horizontales du portique.

Données

- Matériaux :
  acier Fe E 400 ; $n = 1{,}6$
  béton $f_{c28} = 27$ MPa
- Cas de fissuration : très préjudiciable
- Sol jugé agressif
- Effort normal de traction simple :
  $N_u = 0{,}540$ MN
  $N_{ser} = 0{,}365$ MN

Réponse

Calcul E.L.U.R.

- Contrainte de calcul de l'acier :
  pivot A ; $\varepsilon_s = 10\,‰$; $f_{su} = 348$ MPa
- Section théorique de l'armature

$$A_u = \frac{0{,}540}{348} \times 10^4 = 15{,}52 \text{ cm}^2 *$$

Calcul E.L.S.

- Contrainte de calcul σ_{st} :
  $\overline{\sigma_{st}} = 170$ MPa (voir Annexe 2)
- Section théorique de l'armature :

$$A_{ser} = \frac{0{,}365}{170} \times 10^4 = 21{,}47 \text{ cm}^2$$

$A_{ser} > A_u \longrightarrow$ **Choix de la section réelle :**
4 HA 20 + 2 HA 25 totalisant 22,39 cm^2

(*) ***Remarque :*** *le calcul E.L.U.R. avec un acier* HA Fe E 500 *donne* $A_u = 12{,}42$ cm^2.

Dispositions constructives minimales

- $c \geqslant 3$ cm : vérifié
- $e_h = 7{,}15$ cm $\leqslant 3\,\varnothing$: conforme
- Bétonnage correct assuré (B.A.E.L. A.7.2)
- Même C.d.G. pour l'armature et la section de béton (aciers disposés symétriquement)

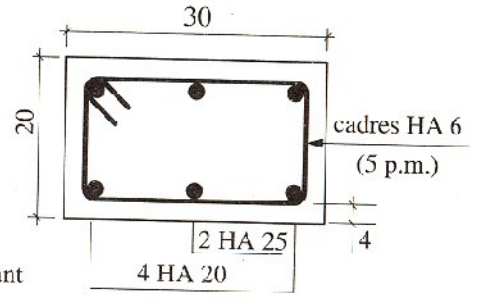


Fig. 6
Section du tirant

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Rechercher l'état limite déterminant pour la section des armatures d'un tirant (s'agit-t'il de l'E.L.U.R. ou de l'E.L.S. ?).

Données

$N_u = 0{,}401$ MN et $N_{ser} = 0{,}288$ MN
$fe = 400$ MPa; $f_{c28} = 40$ MPa
Cas de fissuration préjudiciable.

Réponse

$A_u = 11{,}50$ cm^2; $A_{ser} = 11{,}12$ cm^2
État déterminant: E.L.U.R.

Remarques: *dans la majeure partie des cas rencontrés, c'est l'E.L.S. qui est l'état déterminant. L'utilisation d'un acier* HA Fe E 500 *donnerait pour le calcul à l'E.L.U.R.:* $A_u = 9{,}22$ cm^2 < $11{,}12$ cm^2.

ETUDE DE CAS

Un atelier industriel est réalisé à l'aide d'éléments préfabriqués formant arcs isostatiques à trois articulations.
Pour équilibrer les poussées engendrées en pied, un tirant horizontal B.A. repose sur le sol et relie les extrémités distantes de 16 m.
Déterminer l'armature du tirant soumis à un effort normal de traction simple.

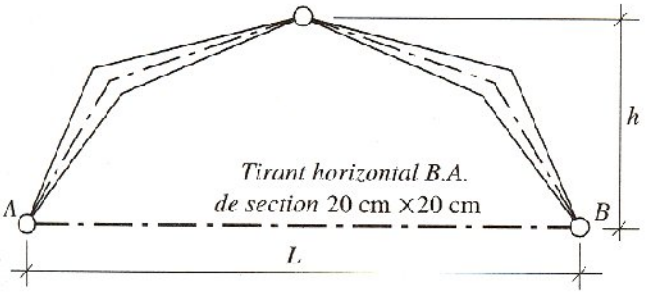


Fig. 7
Atelier industriel: éléments de la structure

Données

- Matériaux utilisés:
  béton $f_{c28} = 22$ MPa
  acier Fe E 400; $n = 1{,}6$
  (barres du commerce: L = 12 m)
- Section du tirant prévue:
  20 cm × 20 cm
- Fissuration jugée très préjudiciable
- Efforts normaux:
  $N_u = 0{,}420$ MN
  $N_{ser} = 0{,}300$ MN

Réponses

Calcul E.L.U.R.

- Contrainte de calcul de l'acier:
  $f_{su} = 348$ MPa
- Section théorique de l'armature:

$$A_u = \frac{0{,}420}{348} \times 10^4 = 12{,}06 \text{ cm}^2 *$$

Calcul E.L.S.

- Contrainte de calcul de l'acier:
  $\overline{\sigma_{st}} = 158$ MPa
- Section théorique de l'armature:

$$A_{ser} = \frac{0{,}300}{158} \times 10^4 = 18{,}99 \text{ cm}^2$$

$A_{ser} > A_u \longrightarrow$ **Choix de la section réelle:**
4 HA 25 totalisant 19,63 cm^2

(*) ***Remarque:*** *le calcul E.L.U.R. avec un acier* HA Fe E 500 *donne* $A_u = 9{,}66$ cm^2.

Étude de la jonction des barres par recouvrement décalé

(1 décalage / 2 barres)

- Longueur de recouvrement

$l_s = 40\ \varnothing$

$= 40 \times 2{,}5\ \text{cm} = 100\ \text{cm}.$

- Nombre de cadres n sur l_s

Section totale de deux aciers tendus :

$A_{s1} = 9{,}82\ \text{cm}^2$

Section d'un brin de cadre HA 8 :

$A_t = 0{,}5\ \text{cm}^2$

Il faut $2n \times A_t = A_{s1}$, d'où :

$$n = \frac{9{,}82}{2 \times 0{,}5} = 10 \text{ cadres},$$

soit 10 HA 8 espacés de 10 cm.

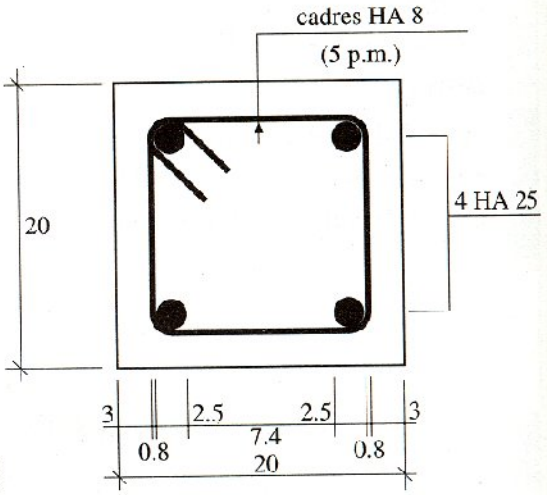


Fig. 8
Section du tirant

Les dispositions constructives et la condition de non-fragilité sont conformes (analyser la figure 8 en tenant compte du paragraphe 4).

11 E.L.U.R. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

On considère des éléments fléchis (poutres, dalles de planchers etc.) en béton armé.
Les sollicitations normales sont celles qui peuvent être équilibrées à l'aide des contraintes normales développées sur les sections droites des pièces (B.A.E.L. A.4) par:
- compression du béton essentiellement (zone comprimée);
- traction des aciers (zone tendue).

Le principe des justifications (B.A.E.L. A.1.2.) conduit à considérer:
- les états limites ultimes, en particulier l'état limite ultime de résistance (E.L.U.R.);
- les états limites de service (E.L.S.).

But et démarche proposée

Le présent chapitre a pour but d'étudier et d'appliquer les méthodes de détermination simple et rapide d'une section de béton armé en effectuant deux étapes principales:

1. Contrôler en une seule phase si:
   - la section est sans armature comprimée ($A'_s = 0$);
   - la contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S. est respectée ($\sigma_{bc} \leqslant \overline{\sigma_{bc}}$). (B.A.E.L. A.4.5.2)
2. Déterminer l'armature longitudinale par l'une des méthodes suivantes:
   - calcul direct;
   - utilisation de tableaux numériques.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, la détermination de l'armature tendue est obtenue par un seul calcul effectué à l'E.L.U.R., qui tient compte de la limite σ_{bc} imposée en service.
La vérification des contraintes à l'E.L.S. n'est donc pas nécessaire mais peut servir à contrôler les résultats obtenus.

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.3.)

- **Béton:** diagramme rectangulaire simplifié relatif aux déformations - contraintes en compression.

  N.B. Les contraintes de traction sont négligées dans les calculs.

- **Acier:** diagramme bilinéaire de calcul (traction et compression).

- **Adhérence:** pas de glissement entre acier et béton.

- **Déformations limites:** suivant la règle des «trois pivots» qui impose en flexion simple d'atteindre l'un des pivots A ou B.
  - *Pivot* A: allongement des aciers limité à 10 ‰
  - *Pivot* B: raccourcissement du béton limité à 3,5 ‰

N.B. Voir également chapitre 6 «Bétons et aciers - Caractéristiques» et chapitre 7 «Déformations et contraintes de calcul».

2. Contraintes de calcul

(B.A.E.L. A.4.3.4.)

- **Contrainte de compression du béton**

  Cas courants:
  ($j \geqslant 28$ jours et $\gamma_b = 1{,}5$)

  $$f_{bu} = 0{,}85 \frac{f_{cj}}{1{,}5}$$

- **Contrainte de traction des aciers**

  Cas courants ($\gamma_s = 1{,}15$):

  $$f_{su} = f_e / \gamma_s$$

  - Acier HA Fe E 400:
    $f_{su} = 347{,}8$ MPa si $1{,}74\text{ ‰} \leqslant \varepsilon_s \leqslant 10\text{ ‰}$
  - Acier HA Fe E 500:
    $f_{su} = 434{,}8$ MPa si $2{,}17\text{ ‰} \leqslant \varepsilon_s \leqslant 10\text{ ‰}$

- **Contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S.**

  $$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\, f_{cj}$$

- **Résistance caractéristique du béton en traction**

  $$f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj}$$

N.B. Voir chapitre 6 et 7 et Annexe 2.

3. Combinaisons

On distingue les cas suivants :

– une seule travée sans porte à faux ;
– plusieurs travées sans porte à faux ;
– poutres avec porte à faux ;

En général, dans les travées chargées, on prend à l'E.L.U.R. :

$$1{,}35\,G + 1{,}5\,Q_B$$

N.B. Revoir le chapitre 5.

4. Calcul des sollicitations

- **Moment ultime :**

$$M_u = 1{,}35\,M\,(G) + 1{,}5\,M\,(Q_B)$$

- **Moment en service :**

$$M_{ser} = M\,(G) + M\,(Q_B)$$

- **Rapport des moments :**

$$1{,}35 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}5$$

Remarque : *la valeur de γ intervient dans le calcul du moment critique à l'E.L.U.R. (voir paragraphe 6).*

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante soumise à un moment de flexion simple.

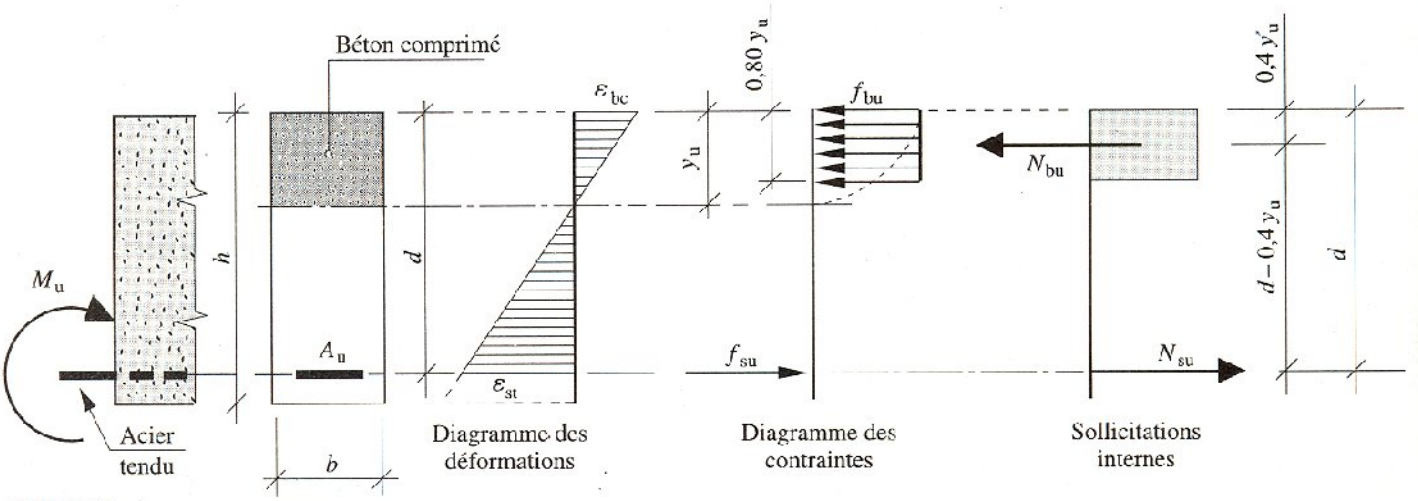


Fig. 1

Section rectangulaire B. A.: conditions d'équilibre

5.1 Équations d'équilibre

- **Équilibre des efforts normaux :**

$$\Sigma_{\text{proj. }Ox}\,\{\vec{F}\} = \vec{0} \text{ soit}$$

effort de compression du béton = effort de traction des aciers

$$N_{bu} = N_{su}$$

$$0{,}80\,y_u \cdot b \cdot f_{bu} = A_u \cdot f_{su} \qquad (1)$$

- **Bras de levier** (symbole z_u)

$$z_u = d - 0{,}40\,y_u \qquad (2)$$

- **Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus**

$$\Sigma\,M/A\,\{\vec{F}\} = \vec{0}, \text{ soit}$$

moment de flexion = effort de compression × bras de levier

$$M_u = N_{bu} \times z_u$$

$$M_u = (0{,}80\,y_u \cdot b \cdot f_{bu})\,(d - 0{,}4\,y_u) \qquad (3)$$

- **Expression de M_u**

Avec (1) et (2) on obtient :

$$M_u = A_u \cdot f_{su} \cdot z_u \qquad (3')$$

5.2 Paramètres de calcul

- **Position relative de la fibre neutre dans la section** (symbole α_u)

$$\alpha_u = y_u / d \qquad (4)$$

- **Pourcentage mécanique :**

On pose : $$p_u = \frac{A_u}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{su}}{f_{bu}} \qquad (5)$$

- L'équation (1) devient :

$$0{,}80\ \alpha_u = p_u$$

- **Bras de levier réduit** (symbole β_u)

On pose $\beta_u = z_u / d$ soit $\beta_u = 1 - 0{,}40\ \alpha_u$ (6)

- **Moment ultime réduit :** μ_{bu}

$$M_u = 0{,}80\ \alpha_u\ (1 - 0{,}40\ \alpha_u)\ b\ .\ d^2\ .\ f_{bu}$$

En posant :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \qquad (7)$$

on obtient l'expression du moment ultime réduit :

$$\mu_{bu} = 0{,}80\ \alpha_u\ (1 - 0{,}40\ \alpha_u) \qquad (8)$$

- **Expression de α_u en fonction de μ_{bu}**

$$\alpha_u = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\ \mu_{bu}}\right) \qquad (9)$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Préciser les étapes du calcul à l'E.L.U.R. pour déterminer la section d'armature A_u en utilisant les paramètres de calcul :

$$\mu_{bu};\ \alpha_u;\ \beta_u$$

On utilisera les formules précédentes (n° 1 à 9).

Remarque : *dans cette première approche, il n'est pas tenu compte de la notion de «moment critique» définie ci-après (paragraphe 6).*

Données

- Section utile du béton : b; d
- Contraintes de calcul
  - béton : f_{bu}
  - acier : f_{su}
- Moment agissant ultime : M_u

Réponse

Étapes principales :

1. Calcul du moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

2. Position relative de la fibre neutre :

$$\alpha_u = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\ \mu_{bu}}\right)$$

3. Bras de levier réduit :

$$\beta_u = 1 - 0{,}4\ \alpha_u$$

4. Section d'armature. La formule (3') donne :

$$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Déterminer le pivot à considérer A *ou* B *à l'aide du paramètre :*

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

Indications

- Partir du diagramme de déformation de la section en considérant :
  - le pivot A $\longrightarrow$ $\varepsilon_{st} = 10\,‰$
  - le pivot B $\longrightarrow$ $\varepsilon_{bc} = 3{,}5\,‰$
- Tracer la ligne qui joint A et B.
- Établir une relation entre triangles semblables pour obtenir la valeur particulière de $\alpha_u = y_u / d$.
- Calculer μ_{bu} en fonction de α_u
- En déduire la règle pratique de détermination des pivots (pivot A ou pivot B).

Réponse

- Diagramme de déformation de la section :

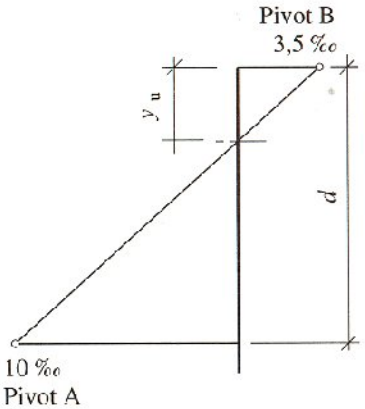


Fig. 2

• Relation entre triangles :

$$\frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}} = \frac{3,5}{13,5} = \frac{y_u}{d} = \alpha_u,$$

soit $\boxed{\alpha_u = 0,259}$

• Valeur correspondante de μ_{bu} :

$\mu_{bu} = 0,80\ \alpha_u\ (1 - 0,40\ \alpha_u) = 0,186$

• Détermination des pivots :

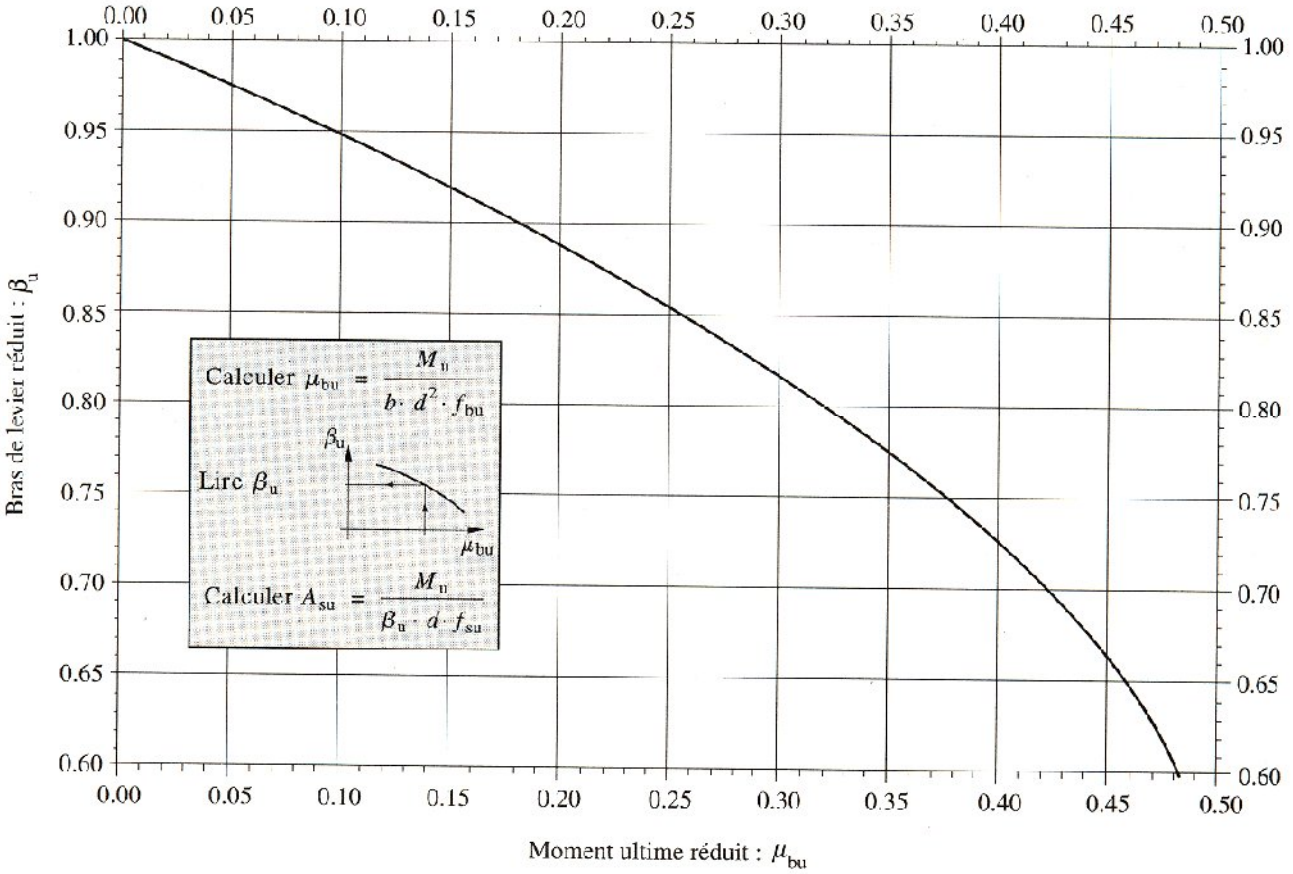
$\mu_{bu} \leqslant 0,186$ pivot A

$\mu_{bu} \geqslant 0,186$ pivot B

EXERCICE 4 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondant aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après qui donne β_u en fonction de μ_{bu} :

Section I	**Établissement du graphique** $\mu_{bu} \longrightarrow \beta_u$	**Section II**
$M_u = 0,044$ MNm $b = 15$ cm $d = 30$ cm $f_{bu} = 14,17$ MPa $f_{su} = 347,8$ MPa $\mu_{bu} = 0,2300$	$\mu_{bu} = \dfrac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$ $\alpha_u = 1,25\left(1 - \sqrt{1 - 2\,\mu_{bu}}\right)$ $\beta_u = 1 - 0,40\ \alpha_u$ soit $\beta_u = 0,5\left(1 + \sqrt{1 - 2\,\mu_{bu}}\right)$	$M_u = 0,238$ MNm $b = 25$ cm $d = 50$ cm $f_{bu} = 14,17$ MPa $f_{su} = 434,8$ MPa $\mu_{bu} = 0,2688$



N.B. Les valeurs de μ_{bu} sont limitées par celles des moments ultimes réduits explicités au paragraphe suivant pour avoir une section sans aciers comprimés.

EXERCICE

Réponse (μ_{bu} connu)

Lecture du graphique Section I	Calcul direct Section I	Calcul direct Section II	Lecture du graphique Section II
$\beta_u = 0{,}870$ $z_u = 26{,}1$ cm $A_u = \dfrac{M_u}{z_u \cdot f_{su}} = 4{,}85$ cm^2	$\beta_u = 0.867$ $z_u = 26{,}0$ cm $A_u = 4{,}85$ cm^2	Calcul à effectuer	$\beta_u = 0{,}840$ $z_u = 42$ cm $A_u = 13{,}03$ cm^2

Remarque: *on pourra apprécier les faibles écarts de résultats obtenus par simple lecture du graphique ou par calcul direct.*

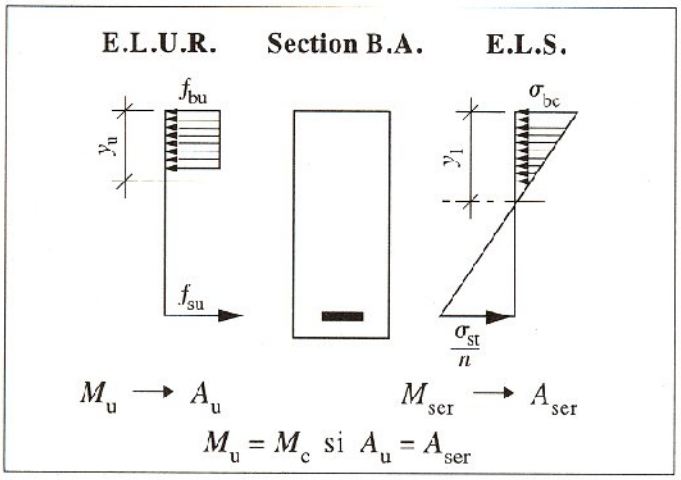
6. Moment critique ultime

(symbole M_c)

Par définition, il s'agit du moment agissant ultime dans une section de béton armé qui satisfait strictement à la fois :

1. l'équilibre de la section B.A. à l'E.L.U.R. avec une armature tendue A_u ;
2. l'état limite de compression du béton à l'E.L.S. sur la fibre la plus comprimée du béton avec (B.A.E.L. A.4.5.2) :

$$\sigma_{bc} = 0{,}6\, f_{cj} \quad \text{et} \quad A_{ser} = A_u$$



7. Moment critique réduit

(symbole μ_c)

Il dépend :

- de la résistance caractéristique du béton en compression : f_{c28} ;
- de la limite élastique de l'acier utilisé f_e ;
- du cas de fissuration ;
- du rapport $\gamma = M_u / M_{ser}$.

Par définition : $\mu_c = \dfrac{M_c}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$

Les tableaux ci-après donnent le moment critique réduit en fonction de γ et de f_c, dans le cas de fissuration peu préjudiciable. Ils figurent en totalité dans l'Annexe 3.

Exemple de lecture sur tableau

Données :

- Matériaux
  béton : $f_{c28} = 30$ MPa
  acier : HA Fe E 400
- Fissuration peu préjudiciable
- Rapport $\gamma = 1{,}38$

Moment critique réduit : $\mu_c = 0{,}3159$

Tableaux des moments critiques réduits, fissuration peu préjudiciable

Tableau 1 : Aciers HA de nuance Fe E 400

γ	Résistances caractéristiques f_e (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2420	.2554	.2675	.2835	.2930	.3057	.3132	.3235	.3297	.3382
1.36	.2449	.2584	.2706	.2867	.2963	.3091	.3167	.3271	.3333	.3418
1.37	.2479	.2615	.2738	.2900	.2996	.3125	.3202	.3306	.3369	.3454
1.38	.2508	.2646	.2770	.2933	.3030	.3159	.3236	.3341	.3404	.3491

Tableau 2 : Aciers HA de nuance Fe E 500

γ	Résistances caractéristiques f_e (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2138	.2271	.2392	.2554	.2652	.2784	.2864	.2974	.3041	.3132
1.36	.2165	.2299	.2421	.2584	.2683	.2816	.2897	.3007	.3074	.3167
1.37	.2191	.2327	.2450	.2615	.2714	.2849	.2930	.3041	.3108	.3202
1.38	.2219	.2355	.2479	.2646	.2746	.2881	.2963	.3075	.3143	.3236

Ces tableaux figurent en totalité ($1{,}35 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}50$) dans l'Annexe 3.

8. Calcul des armatures longitudinales tendues

8.1. Premier procédé de calcul (méthode directe)

Organigramme de calcul	Exemple: poutre B.A. simplement fléchie	
	Section rectangulaire: $b = 18$ cm; $d = 35$ cm Fissuration peu préjudiciable Béton: $f_{c28} = 22$ MPa; acier : $f_e = 400$ MPa	
Données: M_u, (M_{ser}) b, d, f_{bu}, f_{su} *	$M_u = 44\,100$ Nm $M_{ser} = 30\,000$ Nm	$M_u = 66\,150$ Nm $M_{ser} = 45\,000$ Nm
$\mu_{bu} = \dfrac{M_u}{b\,d^2\,f_{bu}}$	$f_{bu} = 12{,}47$ Mpa $\mu_{bu} = 0{,}1604$	$\gamma = 1{,}47$ $\mu_{bu} = 0{,}2406$
oui / non : $\mu_{bu} \leq 0{,}186$?	$\mu_{bu} < 0{,}186$	$\mu_{bu} > 0{,}186$
Pivot A $\varepsilon_{st} = 10\,‰$ / Pivot B $\varepsilon_{bc} = -3{,}5\,‰$	Pivot A $\varepsilon_{st} = 10\,‰$	Pivot B $\varepsilon_{bc} = -3{,}5\,‰$
Lire $\mu_c(\gamma, f_c)$	Lecture tableaux des moments critiques réduits	
oui / non : $\mu_{bu} < \mu_c$?	inutile	$\mu_c = 0{,}3061$ $\mu_{bu} < \mu_c$
$\sigma_{st} = f_{su}$ / $A'_s \neq 0$	$\sigma_{st} = f_{su} = 347{,}8$ MPa	$\sigma_{st} = f_{su} = 347{,}8$ MPa
$\alpha_u = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\,\mu_{bu}}\right)$	$\alpha_u = 0{,}2198$	$\alpha_u = 0{,}3497$
$y_u = \alpha_u\, d$	$y_u = 7{,}69$ cm	$y_u = 12{,}24$ cm
$z_u = d - 0{,}4\, y_u$	$z_u = 31{,}92$ cm	$z_u = 30{,}10$ cm
$A_u = \dfrac{M_u}{z_u \cdot f_{su}}$	$A_u = 3{,}97$ cm^2	$A_u = 6{,}32$ cm^2
(*) *Rappels:* $\gamma = M_u / M_{ser}$; $f_{bu} = 0{,}85\, f_{c28} / \gamma_b$; $f_{su} = f_e / \gamma_s$	*N.B. Avec* $f_e = 500$ MPa, $A_u = 3{,}18$ cm^2	*N.B. Avec* $f_e = 500$ MPa, $A_u = 5{,}05$ cm^2

8.2. Second procédé de calcul (méthode par tableau)

Organigramme de calcul	Exemple: poutre B.A. simplement fléchie	
	Section rectangulaire: b = 15 cm ; d = 35 cm Fissuration peu préjudiciable Béton: f_{c28} = 27 MPa ; acier : fe E 400	
Données : M_u, (M_{ser}) b, d, f_{bu}, f_{su} *	M_u = 73 660 Nm M_{ser} = 51 510 Nm	M_u = 91 870 Nm M_{ser} = 63 360 Nm
$\mu_{bu} = \dfrac{M_u}{b\,d^2\,f_{bu}}$	f_{bu} = 15,3 Mpa γ = 1,43 μ_{bu} = 0,2620	$\gamma \simeq$ 1,45 μ_{bu} = 0,3268
oui / non : $\mu_{bu} \leqslant 0{,}186$?	$\mu_{bu} > 0{,}186$	$\mu_{bu} > 0{,}186$
Pivot B	Pivot B	Pivot B
Lire $\mu_c(\gamma, f_c)$	μ_c = 0,3200	μ_c = 0,3269
oui / non : $\mu_{bu} \leqslant \mu_c$?	$\mu_{bu} < \mu_c$	$\mu_{bu} \simeq \mu_c$
$A_s \neq 0$	σ_{st} = 347,8 MPa	σ_{st} = 347,8 MPa
Lecture du tableau de l'Annexe 4 (μ_{bu}, α_u, β_u, ε_{st}, p_u)	α_u = 0,388 β_u = 0,845 p_u = 0,310	α_u = 0,514 β_u = 0,794 p_u = 0,411
$y_u = \alpha_u\, d$	y_u = 13,58 cm	y_u = 18,00 cm
$z_u = \beta_u\, d$	z_u = 29,57 cm	z_u = 27,80 cm
$A_u = p_u \cdot b\, d \dfrac{f_{bu}}{f_{su}}$	A_u = 7,16 cm^2	A_u = 9,49 cm^2
(*) *Rappels:* $\gamma = M_u / M_{ser}$; $f_{bu} = 0{,}85\, f_{c28} / \gamma_b$; $f_{su} = f_e / \gamma_s$	*N.B. Avec* f_e = 500 MPa, A_u = 5,73 cm^2	*N.B. Avec* f_e = 500 MPa, A_u = 7,60 cm^2

Remarque: *la rapidité d'obtention du résultat peut être testée directement par le lecteur en utilisant l'un des deux procédés avec les exemples fournis pour l'autre et réciproquement.*

8.3 Choix des armatures

Le choix de A_s (section réelle) impose de prendre en compte :

- $A_s \geqslant A_u$;
- $A_s \geqslant A_{min} = 0{,}23\, bd\, f_{tj} / f_e$ (armature minimale pour respecter la condition de non-fragilité) ;
- les dispositions constructives (enrobage, bétonnage correct, *cf* chap 10).

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Trouver les moments critiques réduits μ_c et le moment M_c correspondant.
On utilisera les tableaux des moments critiques réduits.

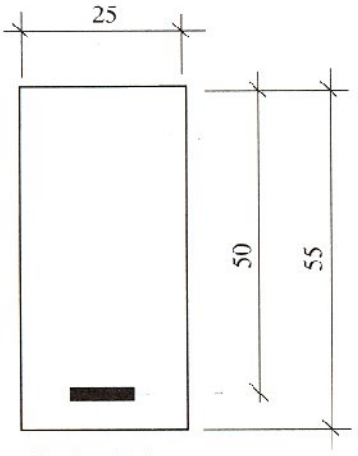
Données	**Réponse**		
Fissuration peu préjudiciable	Acier	μ_c	M_c (MNm)
$b = 20$ cm ; $d = 40$ cm	Fe E 400	0,319 4	0,173 8
$f_{c28} = 30$ MPa	Fe E 500	0,291 4	0,158 5
$\gamma = \dfrac{M_u}{M_{ser}} = 1,39$	*N.B. Pour toute valeur $\leqslant \mu_c$, la section de poutre ne nécessite pas d'armature comprimée.*		

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Déterminer la section d'armature théorique A_u nécessaire en flexion simple, par la méthode directe.
Vérifier la condition de non-fragilité A_{min} et choisir l'armature tendue réelle.

Données

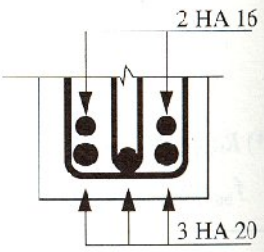
- Section : 25cm × 55 cm ; $d = 50$ cm
- Matériaux
  béton : $f_{c28} = 25$ MPa
  acier : HA Fe E 500
- Fissuration peu préjudiciable
- Moments de flexion
  $M_u = 0{,}238$ MNm
  $M_{ser} = 0{,}170$ MNm



Section B.A.

Réponse

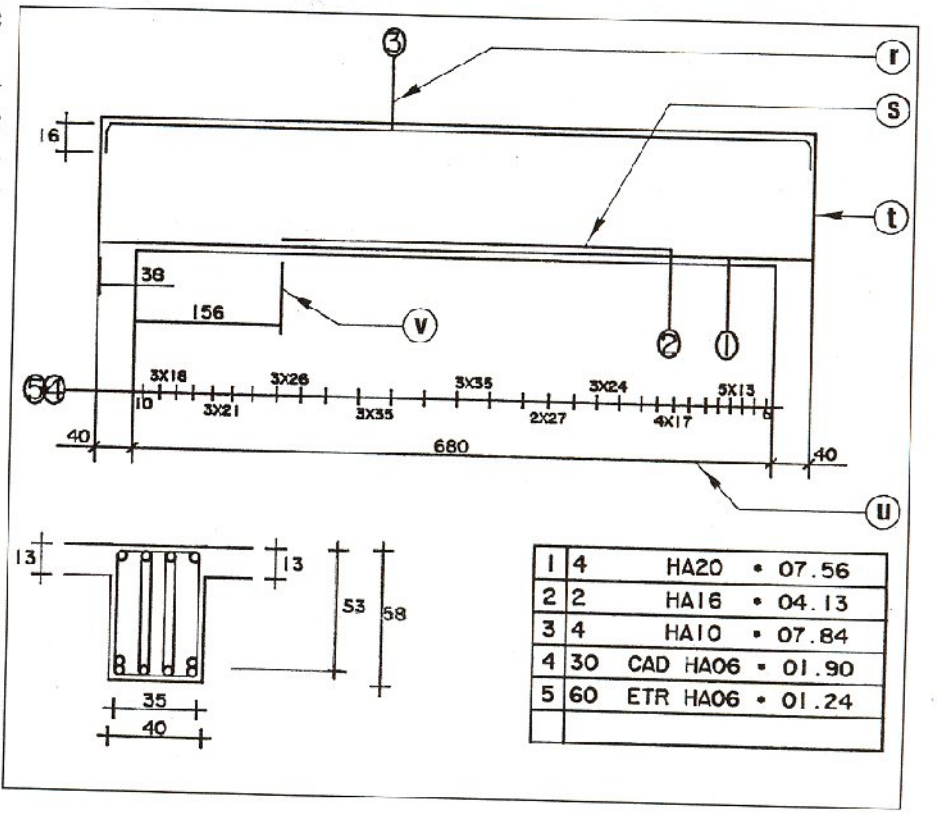
- Contraintes de calcul :
  $f_{bu} = 14{,}17$ MPa ; $f_{su} = 434{,}8$ MPa
- Moment ultime réduit :
  $\mu_{bu} = 0{,}268\,8 > 0{,}186 \longrightarrow$ pivot B
  $\mu_c = 0{,}270\,8$ pour $\gamma = 1{,}4$
  $\mu_{bu} < \mu_c \longrightarrow$ calcul direct
- Position relative de la fibre neutre :
  $\alpha_u = 1{,}25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\,\mu_{bu}}\right) = 0{,}400$
  $\alpha_u \rightarrow \beta_u$
- Section théorique d'armature :
  $A_u = 13{,}03$ cm^2
- Condition de non-fragilité :
  $A_{min} = 0{,}23 \times 0{,}25 \times 50 \times \dfrac{2{,}10}{400} = 1{,}51$ cm^2
- Choix de A_s :
  3 HA 20 + 2 HA 16
  soit 13,44 cm^2



Armature tendue

Cas 1 : poutre intérieure

Calculer l'armature tendue nécessaire dans la section médiane de la poutre intérieure représentée ci-contre. Contrôler que l'armature mise en place convient.



1	4	HA20	• 07.56
2	2	HA16	• 04.13
3	4	HA10	• 07.84
4	30	CAD HA06	• 01.90
5	60	ETR HA06	• 01.24

Données

- Moments agissants :
  M_u = 0,267 MNm
  M_{ser} = 0,184 MNm
- Section :
  b = 40 cm
  d = 53 cm
- Matériaux :
  f_{c28} = 20 MPa
  f_e = 400 MPa

Éléments de réponse

- Moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,209\,7$$

- Pivot B car $\mu_{bu} > 0,186$
- Valeur du rapport M_u / M_{ser} : $\gamma = 1,451\,1$
- Moment critique réduit : $\mu_c = 0,286\,8$ (par interpolation) $> \mu_{bu}$
- Calcul de la section d'armature à l'aide des tableaux numériques :

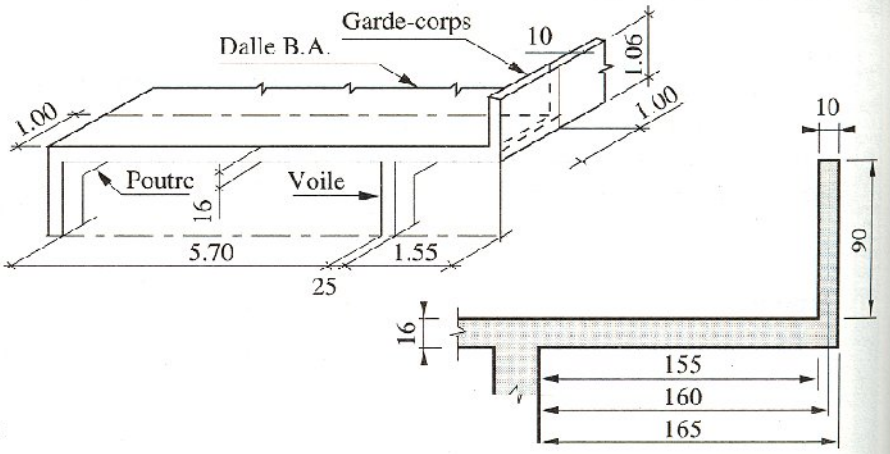
Option 1 : utilisation du paramètre p_u	Option 2 : utilisation du paramètre β_u
Lecture sur tableau (Annexe 3) $\mu_{bu} \longrightarrow p_u = 0,238$ Section théorique : $A_u = p_u \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bu}}{f_{su}} = 16,44$ cm^2	Lecture sur tableau (Annexe 4) $\mu_{bu} \longrightarrow \beta_u = 0,881$ Section théorique : $A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 16,44$ cm^2

- Section réelle : 4 HA 20 + 2 HA 16 = 16,59 cm^2
- Contrôle de l'armature mise en place : condition $A_s \geqslant A_u$ vérifiée

Remarques : • *Le lecteur pourra vérifier que la condition de non-fragilité est satisfaite et que les conditions d'enrobage et de bétonnage correct sont respectées (voir chap. 10, figure 2).*
• *La section théorique d'armature avec un acier* HA Fe E 500 *serait :* $A_{u\,théor.} = 13,15$ cm^2.

Cas 2 : dalle épaisse en encorbellement (balcon)

Contrôler les données et les résultats du calcul par ordinateur d'une section d'armature au droit de l'appui d'une dalle de balcon située dans un hall d'exposition et représentée ci-contre.



Données

Matériaux :

f_{c28} = 22 MPa

f_e = 400 MPa

Charge d'exploitation : 5 000 N/m²

Réponses

	Moment en service		Moment ultime
• Moment dû au poids propre :			
$0{,}16 \times 1{,}00 \times 1{,}00 \times 25\,000 \times \frac{1{,}65^2}{2}$	= 5 445 Nm		
$0{,}10 \times 0{,}90 \times 1{,}00 \times 25\,000 \times 1{,}60$	= 3 600 Nm		
	9 045 Nm	× 1,35 =	12 211 Nm
• Moment dû à la charge d'exploitation :			
$5\,000 \times \frac{1{,}55^2}{2}$	= 6 006 Nm	× 1,50 =	9 009 Nm
• Total des moments :	E.L.S. : 15 051 Nm ;		E.L.U.R. : 21 220 Nm

- Fissuration peu préjudiciable (hall couvert)
- Largeur : bande de 1,00 m
- Moment agissant : M_u = 21 220 Nm
- Contraintes de calcul : f_{bu} = 12,47 MPa ; f_{su} = 347,8 MPa
- Hauteur utile prise égale à 12 cm, par sécurité vis à vis de la position des aciers après coulage.
- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0{,}118\,2 < 0{,}186 \longrightarrow$ pivot A
- $\mu_{bu} \longrightarrow \alpha_u = 0{,}157\,7$
- Section théorique A_u = 5,43 cm² par mètre.
- Condition de non-fragilité : A_{min} = 1,33 cm²/m
- Choix des aciers : $A_s \geqslant A_u$

N.B. Aciers principaux placés à la partie supérieure de la dalle pour la zone en encorbellement.

Calcul par ordinateur
(logiciel C.B.A.)

```
* ELUR * INITIATION SECT.RECTANGULAIRE *

* Section (cm)  Largeur b :? 100
                H.utile d :? 12
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 22
* Fissures P.N. Acier Fe  :? 400

* Moment  (MNm)        Mu  :? 0.021220
                       Mser:? 0.015051
                     Gamma= 1.41
* Details de calcul

  Mub = .1162          Alu = .1577
  Muc = .2865          Alc = .4519
* Pivot A
  Epbc= 1.872  %.      Epst= 10     %.
  Fbu = 12.47  MPa     Fsu = 347.83 MPa
  Beta= .9369          Zu  = 11.24  cm

* Armature   tendue    As  = 5.43   cm2
```

N.B. En prenant f_e = 500 MPa, A_s = 4,34 cm².

12 E.L.S. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

Les éléments de structures B.A. soumis à un moment de flexion simple sont généralement calculés à l'état limite de service dans les cas suivants :
- fissuration préjudiciable (F.P.),
- fissuration très préjudiciable (F.T.P.)

Exemples d'ouvrages:
- poutres de rive soumises aux intempéries,
- poutres intérieures de sous-sol soumises aux condensations,
- longrines de fondations en terrain humide et parfois agressif.

But

Ce chapitre a pour but d'exposer les procédés de détermination des sections d'armatures tendues suivant les cas de fissuration (calcul direct ou utilisation de tableaux numériques).

Le principe de justification vis-à-vis de la durabilité de la structure conduit à s'assurer du non-dépassement des contraintes limites de calcul à l'E.L.S.:
- de compression du béton (B.A.E.L. A.4.5,2),
- de traction des aciers suivant le cas de fissuration envisagé (B.A.E.L. A.4.5,3, état limite d'ouverture des fissures) : F.P. ou F.T.P.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, le calcul E.L.U.R. sans armature comprimée est déterminant (voir chapitre 11).

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.5,2)

- **Les vérifications à effectuer portent sur:**
  - l'état limite de compression du béton (A.4.5,2);
  - l'état limite d'ouverture des fissures (A.4.5,3).
- **Les règles de calcul en section courante tiennent compte des hypothèses suivantes :**
  - hypothèse de Navier (section plane avant et après déformation);
  - résistance du béton tendu négligée;
  - béton et acier sont considérés comme matériaux linéairement élastiques;
  - adhérence mutuelle entre béton et acier sans glissement relatif;
  - coefficient d'équivalence n pris égal à 15.

$$n = \frac{E_s \text{ (module d'élasticité de l'acier)}}{E_b \text{ (module d'élasticité du béton)}}$$

N.B. Voir également chapitre 2, paragraphe 5: «Applications aux sections courantes de béton armé».

2. Contraintes de calcul

(à l'E.L.S.)

- **Contrainte de compression du béton** limitée à :

$$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\, f_{cj}$$

- **Contrainte de traction des aciers** limitée suivant les cas de fissuration :

– fissuration préjudiciable (F.P.) :

$$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(2/3\, f_e \,;\, 110\sqrt{\eta \cdot f_{tj}}\right)$$

– fissuration très préjudiciable (F.T.P.) :

$$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(0{,}5\, f_e \,;\, 90\sqrt{\eta \cdot f_{tj}}\right)$$

où η = coefficient de fissuration de l'acier utilisé
f_{tj} = résistance caractéristique du béton à la traction.

N.B. Se reporter à l'Annexe 2: «Tableau des contraintes limites à l'E.L.S.».

3. Combinaisons d'actions

- Les combinaisons de base pour les cas courants ont été définies au chapitre 5.
- En général, dans les travées chargées, on considère à l'E.L.S.:

$$G + Q_B$$

G : charge permanente
Q_B : charge d'exploitation

Voir chapitre 4: «Actions permanentes et variables».

Rappel. *A l'E.L.U.R. la combinaison de base pour les cas courants et pour les travées chargées est:*

$$1{,}35\ G + 1{,}5\ Q_B$$

Elle sert au calcul du rapport des moments: $\gamma = M_u / M_{ser}$.

4. Calcul des sollicitations

- **Moment à l'E.L.S.**

$$M_{ser} = M(G) + M(Q_B)$$

- **Moment ultime à l'E.L.U.R.**

$$M_u = 1{,}35\ M(G) + 1{,}5\ M(Q_B)$$

- **Rapport des moments:**

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} \quad \text{avec } 1{,}35 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}5$$

N.B. La valeur de γ intervient pour la détermination du moment ultime critique en service pour justifier que:

- $\sigma_{bc} \leqslant \overline{\sigma_{bc}}$ → *contrainte de compression non dépassée*
- $A'_s = 0$ → *section sans armature comprimée.*

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante d'une poutre soumise à un moment de flexion simple.

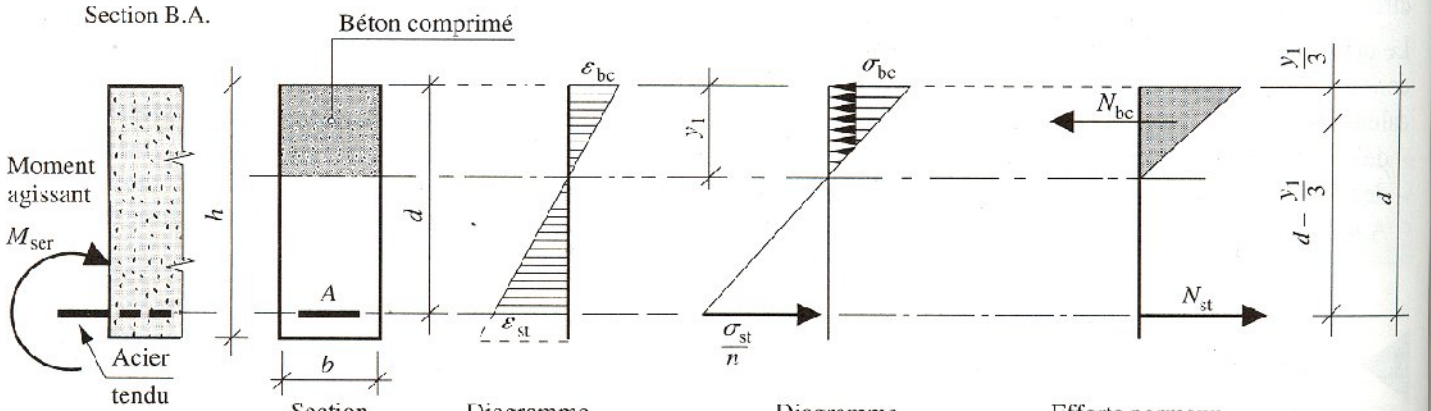


Fig. 1

Section rectangulaire B.A.: conditions d'équilibre à l'E.L.S.

5.1 Équations d'équilibre

- **Équilibre des efforts normaux**

$$\Sigma_{\text{proj. } Ox} \{ \vec{F}_{int} \} = \vec{0}, \text{ soit}$$

$$\underbrace{\text{effort de compression du béton}}_{N_{bc}} = \underbrace{\text{effort de traction de l'acier}}_{N_{st}}$$

$$b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \qquad (1)$$

- **Bras de levier** (symbole z_1)

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} \qquad (2)$$

- **Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus**

$$\vec{M}_{ser} = \Sigma \vec{M}/A \{ \vec{F}_{int} \}, \text{ soit}$$

$$\underbrace{\text{moment de flexion}}_{M_{ser}} = \underbrace{\text{effort de compression}}_{N_{bc}} \times \underbrace{\text{bras de levier}}_{z_1}$$

$$M_{ser} = b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} \left(d - \frac{y_1}{3} \right) \qquad (3)$$

- **Expression de M_{ser}.** Avec (1) et (2) on obtient:

$$M_{ser} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \cdot z_1 \qquad (3')$$

• **Relation dans le diagramme des contraintes de la section homogénéisée**

$$\frac{\sigma_{bc}}{\frac{\sigma_{st}}{n}} = \frac{y_1}{d - y_1}, \text{ soit}$$

$$\frac{y_1}{d} = \frac{n \cdot \sigma_{bc}}{n \cdot \sigma_{bc} + \sigma_{st}}$$

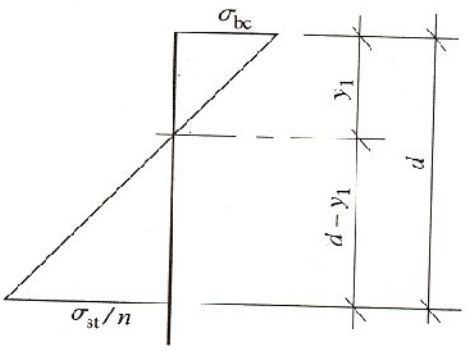


Fig. 2

Remarque

Avec l'équation (3') et $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$, on obtient

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \overline{\sigma_{st}}} \qquad (3'')$$

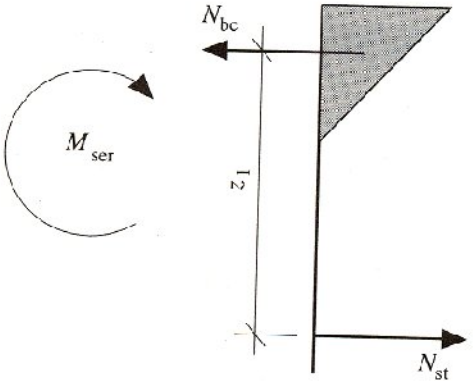


Fig. 3

Moment appliqué : $M_{ser} = N_{st} \cdot z_1$

5.2 Paramètres de calcul

• **Position relative de la fibre neutre par rapport à la fibre la plus comprimée**

$$\alpha_1 = y_1 / d \qquad (4)$$

En posant : $\rho = \frac{A_{ser}}{b \cdot d}$ et $K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$

l'équation (1) devient :

$$\rho = \frac{\alpha_1}{2K} \qquad (5)$$

• **Bras de levier réduit** (symbole β_1)

$$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$$

• **Moment de service réduit par rapport au C.d de l'armature**

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}$$

En posant : $\mu_b = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}}$

l'expression du moment de service réduit du bé (7) devient :

$$\mu_b = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2}$$

• Les triangles semblables du diagramme des contraintes permettent d'écrire :

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{st}} = \frac{\alpha_1}{n(1 - \alpha_1)}$$

En utilisant (9), l'équation (7) devient :

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}$$

En posant :

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}}$$

on obtient le moment de service réduit de l'acier :

$$\mu_s = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} \qquad (1$$

Remarque

Les paramètres suivants : μ_b, μ_s, β_1, K et ρ dépende du paramètre α_1.

Lorsque $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$, on calcule μ_s par :

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

Par simple lecture de tableaux numériques, on a :

$$\mu_s \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \beta_1 \rightarrow K \rightarrow \rho$$

La détermination de la section d'armature est immédiate :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \overline{\sigma_{st}}} \quad \text{ou} \quad A_{ser} = \rho \cdot b \cdot d$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Préciser les étapes de calcul à l'E.L.S. pour déterminer la section d'armature tendue d'une section rectangulaire en utilisant les équations d'équilibre.

Données

- Section utile : b; d
- Contraintes de calcul maximales autorisées :

$$\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}} \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$$

- Moment agissant : M_{ser}
- Cas de fissuration préjudiciable.

Remarque: *dans cet exercice d'assimilation, il n'est pas tenu compte de la notion de «moment limite» explicitée dans le paragraphe 6 ci-après.*

Réponse

1. Position de la fibre neutre :

$$y_1 = \frac{n \cdot \overline{\sigma_{bc}}}{n \cdot \overline{\sigma_{bc}} + \overline{\sigma_{st}}}$$

2. Bras de levier :

$$z_1 = d - y_1/3$$

3. Moment limite de service :

$$M_{lim} = b \cdot y_1 \cdot \frac{\overline{\sigma_{bc}}}{2} \cdot z_1$$

4. Contrôle :

$$M_{ser} \leqslant M_{lim}$$

Si non satisfait, des aciers comprimés peuvent être nécessaires.

5. Section d'armature tendue :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Préciser les étapes de calcul à l'E.L.S. pour déterminer la section d'armature tendue d'une section rectangulaire, en utilisant les paramètres de calcul.

Données

- Section utile : b; d
- Contraintes de calcul :

$$\sigma_{bc} \leqslant \overline{\sigma_{bc}} \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$$

- Moment agissant : M_{ser}
- Condition de non-fragilité :

$$A_{min} \geqslant 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} \cdot b \cdot d$$

Remarque: *dans cet exercice d'assimilation, il n'est pas tenu compte de la notion de «moment limite» explicitée dans le paragraphe 6 ci-après.*

Réponse

1. Moment de service réduit de l'acier :

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

2. Position relative de la fibre neutre $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$ et rapport $K = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{\overline{\sigma_{bc}}}$:

par lecture des **tableaux numériques à l'E.L.S.** en Annexe 5

$$\mu_s \longrightarrow \alpha_1 \longrightarrow K$$

3. Contrôle de σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{K} \leqslant \overline{\sigma_{bc}}$$

Si non satisfait, des aciers comprimés sont nécessaires.

4. Bras de levier réduit : $\beta_1 = 1 - \alpha_1/3$

5. Section d'armature tendue :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

N.B. S'assurer du respect de la condition de non-fragilité :

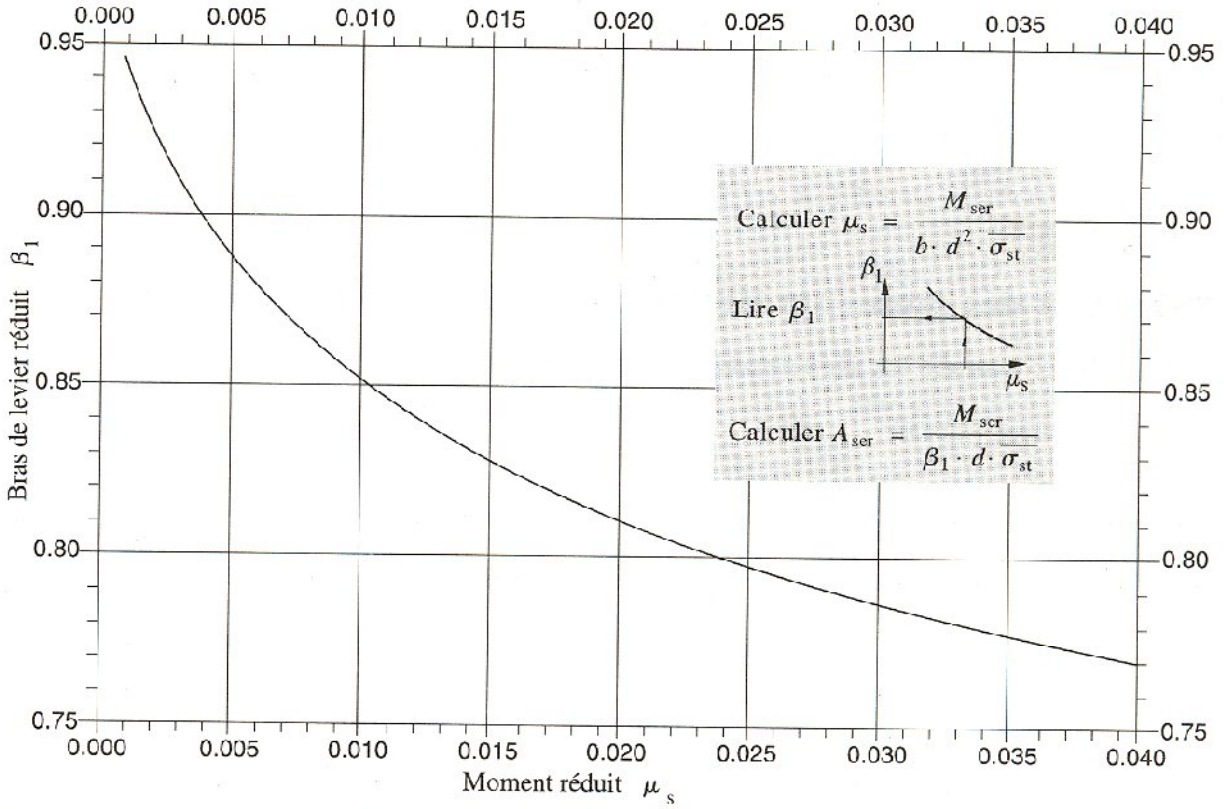
$$A_{ser} \geqslant A_{min}$$

EXERCICE 3 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondantes aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après avec $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$.

Section I Cas de fissuration : F.P.	**Construction du graphique** $\mu_s \rightarrow \beta_1$	**Section II** Cas de fissuration : F.T.P
$M_{ser} = 0{,}278\ 4$ MNm $b = 0{,}20$ m $d = 0{,}60$ m $f_{c28} = 30$ MPa Fe E 400 HA $\mu_s = 0{,}017\ 9$	$\mu_s = \dfrac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$ (par définition) $\mu_s = \dfrac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n\,(1 - \alpha_1)}$ (équation 10) α_1 est obtenu en résolvant (10) et $\beta_1 = 1 - \dfrac{\alpha_1}{3}$	$M_{ser} = 0{,}142\ 7$ MNm $b = 0{,}18$ m $d = 0{,}50$ m $f_{c28} = 25$ MPa Fe E 500 HA $\mu_s = 0{,}015\ 7$

Graphique



Réponse

Lecture du graphique **Section I**	**Calcul direct**		**Lecture du graphique** **Section II**
	Section I	**Section II**	
$\mu_s = 0{,}017\ 9 \rightarrow \beta_1 = 0{,}816$ $z_1 = 0{,}489$ m $A_{ser} = \dfrac{M_{ser}}{z_1 \cdot \overline{\sigma_{st}}} = 26{,}35$ cm^2	$\beta_1 = 0{,}818$ $z_1 = 0{,}491$ m $A_{ser} = 26{,}25$ cm^2	Calcul à effectuer	$\mu_s = 0{,}015\ 7 \rightarrow \beta_1 = 0{,}827$ $z_1 = 0{,}414$ m $A_{ser} = 17{,}06$ cm^2

N.B. Les valeurs du moment limite de l'acier μ_s *sont limitées par celles du moment réduit limite* $\mu_{s\,lim}$ *à ne pas dépasser pour satisfaire à la fois les justifications à l'E.L.S. et à l'E.L.U.R. (Cas d'une section rectangulaire sans armature comprimée.)*

6. Moment limite de service (symbole $M_{ser\ lim}$)

- **Moments**
  - à l'E.L.S.: M_{ser}
  - à l'E.L.U.R.: M_u

  } rapport: $\gamma = M_u / M_{ser}$

- **Contraintes limites de calcul**
  - **à l'E.L.S.** (voir Annexe 2):

    $\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\ f_{c28}$

    $\overline{\sigma_{st}}$ est fonction de la résistance caractéristique du béton et du type d'acier.
  - **à l'E.L.U.R.:**

$$f_{bu} = 0{,}85 \frac{f_{c28}}{1{,}5} \quad \text{avec } \theta = 1$$

- Le moment limite dépend de γ, f_{c28} et f_e.

  Il correspond à l'atteinte en service:
  - soit de la contrainte $\overline{\sigma_{bc}}$ sur le béton comprimé;
  - soit de la section d'armature limite qui permet d'équilibrer strictement le moment ultime $M_u = \gamma \cdot M_{ser}$.

N.B. Le moment est dit «limite» car il assure le strict respect de la capacité portante à l'E.L.U.R. et / ou de la contrainte $\overline{\sigma_{bc}}$ à l'E.L.S.

7. Moment limite réduit de service (symbole $\mu_{s\ lim}$)

Moment limite réduit de l'acier:

$$\mu_{s\ lim} = \frac{M_{ser\ lim}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

Ses propriétés sont celles définies précédemment pour une section rectangulaire sans armature comprimée.

Les valeurs courantes des moments limites réduits font l'objet des tableaux ci-après en fonction des cas de fissuration: F.P. ou F.T.P.

Exemples de lecture des tableaux

Exemple 1	Exemple 2
Béton: $f_{c28} = 25$ MPa Acier HA : Fe E 400 F.P. $\gamma = 1{,}38$ $\mu_s = 0{,}016\ 2$	Béton: $f_{c28} = 35$ MPa Acier HA : Fe E 500 F.T.P. $\gamma = 1{,}40$ $\mu_s = 0{,}027\ 9$

Tableaux des moments limites réduits $\mu_{s\ lim}$ des aciers HA

Tableau 1: cas de la fissuration préjudiciable

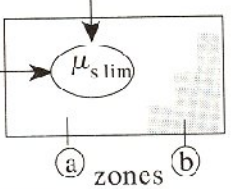
Type acier	f_c (MPa) / γ	16	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
Fe E 500	$1.35 < \gamma < 1.5$	0,0106	0,0119	0,0132	0,0144	0,0162	0,0173	0,0189	0,0200	0,0215	0,0224	0,0239
Fe E 400 $\eta = 1{,}6$	$\gamma \leq 1{,}39$	0,0106	0,0119	0,0132	0,0144	0,0162	0,0173	0,0189	0,0200	0,0215	0,0224	0,0239
	1,40											0,0232
	1,41											0,0225
	1,42										0,0224	0,0217
	1,43										0,0220	0,0210
	1,44									0,0215	0,0213	0,0202
	1,45									0,0212	0,0207	0,0194
	1,46									0,0206	0,200	0,0186
	1,47									0,0200	0,0193	0,0177
	1,48								0,0200	0,0194	0,0186	0,0169
	1,49								0,0196	0,0187	0,0179	0,0159
	1,50	0,0106	0,0119	0,0132	0,0144	0,0162	0,0173	0,0189	0,0191	0,0181	0,0171	0,0150

Lecture de $\mu_{s\ lim}$ pour Fe E 400 (F.P.)

Données: $\frac{M_u}{M_{ser}} = \gamma$, f_c

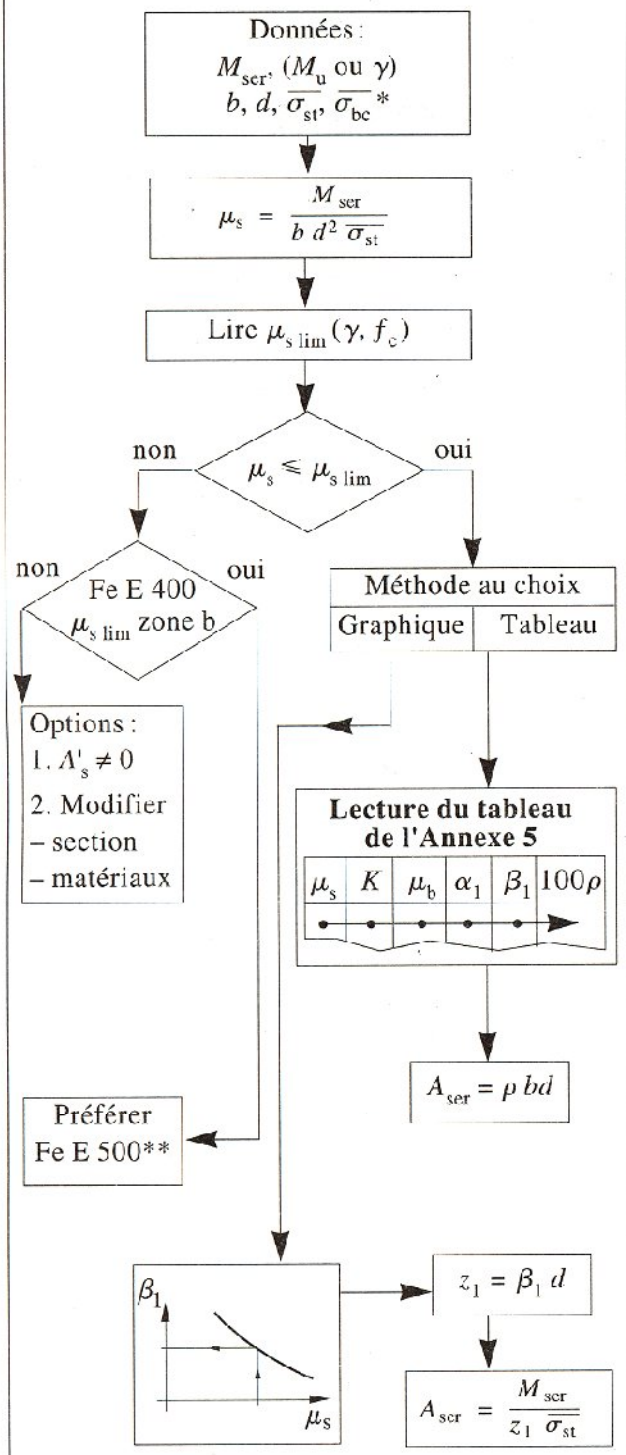
Lire: $\mu_{s\ lim}$

Repérer la zone de lecture a ou b



8.2. Second procédé de calcul (méthode par tablcau ou graphique)

Organigramme de calcul



Exemple: poutre BA simplement fléchie

Section rectangulaire : $b = 20$ cm ; $d = 45$ cm

$f_c = 27$ MPa ; Fe E 500 HA	$f_c = 35$ MPA ; Fe E 400 HA
$M_{ser} = 0{,}12$ MNm	$M_{ser} = 0{,}194\,5$ MNm
	$M_u = 0{,}299\,7$ MNm
Fissuration préjudiciable	
$\overline{\sigma_{st}} = 207{,}31$ MPa	$\sigma_{st} = 228{,}63$ MPa
$\mu_s = 0{,}014\,3$	$\mu_s = 0{,}021\,0$
$\mu_{s\,lim} = 0{,}017\,3$	$\mu_{s\,lim} = 0{,}018\,7$ ($\gamma = 1{,}49$)
$\mu_s < \mu_{s\,lim}$	$\mu_s > \mu_{s\,lim}$ (zone b)
	choix Fe E 500 ($\mu_s < 0{,}0215$)
Méthode tableau	**Méthode tableau**
$\mu_s = 0{,}014\,3$	$\mu_s = 0{,}021\,0$
$\alpha_1 = 0{,}505$ $y_1 = 22{,}73$ cm	$\beta_1 = 0{,}808\,2$ $z_1 = 36{,}34$ cm
$K = 14{,}69$ $\sigma_{bc} = 14{,}11$ MPa	$K = 11{,}07$ $\sigma_{bc} = 20{,}65$ MPa
$\rho = 1{,}72.10^{-2}$	$\rho = 2{,}598.10^{-2}$
$A_{ser} = 15{,}48$ cm^2	$A_{ser} = 23{,}38$ cm^2
Méthode graphique	**Méthode graphique**
$\beta_1 = 0{,}832$	$\beta_1 = 0{,}809$
$z_1 = 37{,}44$ cm	$z_1 = 36{,}45$ cm
$A_{ser} = 15{,}46$ cm^2	$A_{ser} = 23{,}34$ cm^2

(*) *Rappels:* $\gamma = M_u / M_{ser}$; σ_{st} *suivant cas de fissuration (cf §3)* ; $\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\ f_{c28}$

(**) *Dans le cas où* μ_s *n'excède pas la borne supérieure des valeurs* $\mu_{s\,lim}$ *pour la valeur* f_c *considérée, la conservation possible du* Fe E 400 *impose la détermination de* A_s *à l'E.L.U.R. sous* M_u. *Cette solution est souvent moins intéressante qu'à l'E.L.S. avec des* Fe E 500. *(se rapporter à l'exercice d'assimilation 4).*

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Contrôler les résultats obtenus par ordinateur pour une section rectangulaire fléchie à l'E.L.S. en fissuration préjudiciable avec $\gamma = M_u / M_{ser} = 1{,}48$. *Le choix des* Fe E 500 *est-il justifié?*

Indications

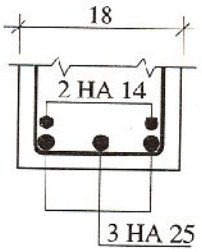
	$\mu_{s\,lim}$	
	Fe E 400	Fe E 500
$f_c = 35$ MPa $\gamma = 1{,}48$	0,019 4	0,021 5

- Le calcul avec des Fe E 400 donne une armature identique à celle calculée avec des Fe E 500 car:

  $\overline{\sigma_{st}} = 229$ MPa (id° Fe E 400 et Fe E 500)

  $$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}} < \mu_{s\,lim}$$

- Choix: 3 HA 25 + 2 HA 14, soit 17,81 cm² (acceptable)



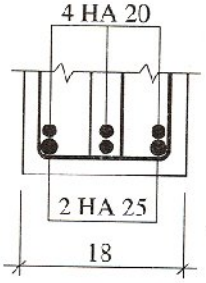

```
* ELS * INITIATION SECT.RECTANGULAIRE *

* Section (cm)  Largeur b :? 18
                H.utile d :? 45
* Matériaux
          (MPa) Beton Fc28:? 35
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
          (NP=0,P=1,TP=2):? 1

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.150
* Moment résist.beton M1  = .179 MNm

* Armature: -approchée A s= 18.07 cm2
           -calculée  A s= 17.83 cm2
  Détail des calculs  (A's= 0)
  Mus = .018          Alpha1= .547
  Mub = .2236         Beta1 = .8177
  K   = 12.42         Rho % = 2.2013
  Hauteur(cm) Contrainte(MPa)Limite
  Y1  = 24.61    18.4   Beton  21
  Z1  = 36.8     228.63 Acier  228.63
```

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Contrôler les résultats obtenus pour les données précédentes en fissuration très préjudiciable (F.T.P.).

Indications

- En fissuration très préjudiciable les valeurs de $\mu_{s\,lim}$ sont identiques pour les Fe E 400 et Fe E 500.
- $\mu_{s\,lim} = 0{,}027\,9$ pour $f_{c28} = 35$ MPa et $\gamma = 1{,}48$
- Choix: 2 HA 25 + 4 HA 20, soit 22,39 cm²



Rappel: la section A_s *approchée est obtenue avec* $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$ *et* $\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}}$.

```
* ELS * INITIATION SECT.RECTANGULAIRE *

* Section (cm)  Largeur b :? 18
                H.utile d :? 45
* Matériaux
          (MPa) Beton Fc28:? 35
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
          (NP=0,P=1,TP=2):? 2

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.150
* Moment résist.beton M1  = .19 MNm

* Armature: -approchée A s= 22.53 cm2
           -calculée  A s= 22.13 cm2
  Détail des calculs  (A's= 0)
  Mus = .022          Alpha1= .5839
  Mub = .2351         Beta1 = .8054
  K   = 10.69         Rho % = 2.7316
  Hauteur(cm) Contrainte(MPa)Limite
  Y1  = 26.28    17.5   Beton  21
  Z1  = 36.24    187.06 Acier  187.06
```

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Le moment réduit de l'acier à l'E.L.S. étant connu, déterminer le moment ultime réduit du béton à l'E.L.U.R.
On utilisera notamment les expressions du paragraphe 5.

Réponse

Expressions de M_u, M_{ser} et γ

- Moment ultime M_u :

$$M_u = \mu_{bu} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \qquad (a)$$

- Moment de service M_{ser} :

$$M_{ser} = \mu_s \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st} \qquad (b)$$

- Avec (a) et (b), on a :

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} = \frac{\mu_{bu} \cdot f_{bu}}{\mu_s \cdot \sigma_{st}}$$

ou

$$\gamma = \frac{\mu_{bu} \cdot 0{,}85\, f_{c28}}{\mu_s \cdot \sigma_{st} \cdot 1{,}5} \qquad (c)$$

- On obtient :

$$\mu_{bu} = \gamma \cdot \mu_s \cdot \frac{3\sigma_{st}}{1{,}7\, f_{c28}} \qquad (d)$$

Exemple numérique

Fiss. préjud.	Fiss. Très Préjud.
f_{c28} = 25 MPa	f_{c28} = 35 MPa
f_e = 400 MPa	f_e = 500 MPa
γ = 1,38	γ = 1,40
μ_{s1} = 0,016 2	μ_{s2} = 0,027 9

L'utilisation de l'expression (d) ci-contre donne les valeurs de μ_{bu} correspondantes :

$\mu_{s1} \longrightarrow \mu_{bu1} = 0{,}318$

$\mu_{s2} \longrightarrow \mu_{bu2} = 0{,}368$

ETUDE DE CAS

Poutre sur deux appuis

Déterminer la section d'armature longitudinale à placer à mi-portée de la poutre de la figure 4, à l'aide des données mentionnées ci-après:

Données

- Section 20 × 55 ; portée : 7,00 m entre poteaux B.A.
- La poutre supporte le plancher et les charges d'exploitation, le mur pignon extérieur enduit.

N.B. Les fermettes de la charpente prennent appui sur les murs de façade.

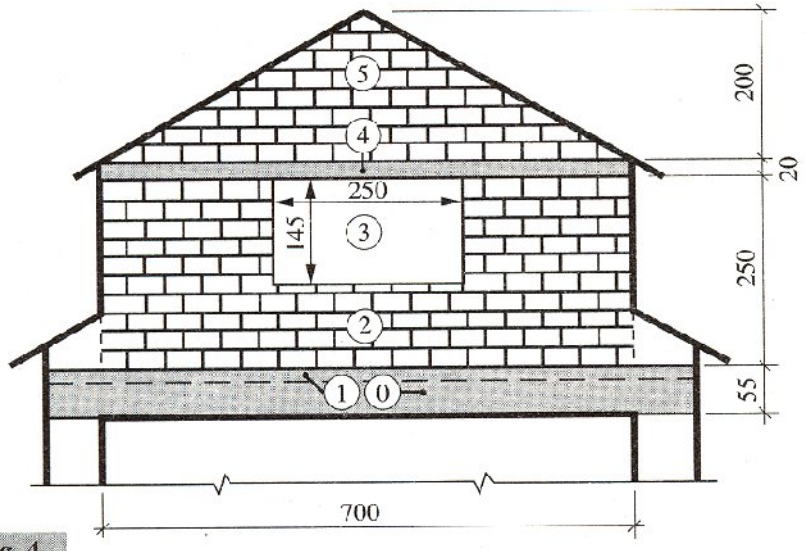


Fig. 4

(5) Triangle en maçonnerie de blocs en béton de 20 cm + enduit 1,5 cm
(4) Linteau-chaînage B.A. + enduit 1,5 cm
(3) Baie : 2,50 m × 1,45 m
(2) Mur de blocs creux en béton de 20 cm + enduit 1,5 cm
(1) Plancher B.A. (portée transversale 4,00 m), épaisseur 20 cm
(0) Poutre B.A. 20 × 55

Charge d'exploitation : 1 500 N/m²

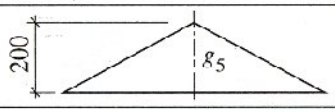
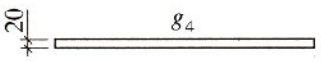
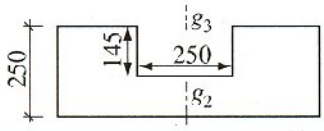
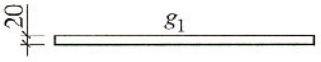
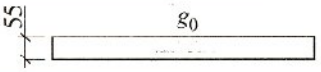
Réponse

• **Matériaux**

Poids propres (cf chap. 4: «Actions permanentes et variables»)

Caractéristiques: $f_{c28} = 25$ MPa; acier Fe E 500 HA

• **Détermination des actions**

Rep.	Charge permanente	Type	Détail des actions	N/ml
5		Triangulaire	$g_5 = (2\,700 + 270) \times 2{,}00$ (blocs, enduit)	5 940
4		Uniforme	$g_4 = (25\,000 \times 0{,}2 + 270) \times 0{,}2$ (BA)	1 054
3		Répart. part.	$g_3 = -2\,970 \times 1{,}45$	– 4306,5
2		Uniforme	$g_2 = 2\,970 \times 2{,}50$	7 425
1		Répartie	$g_1 = 25\,000 \times 0{,}2 \times 2{,}00$ (m^2 portés)	10 000
0		Répartie	$g_0 = (25\,000 \times 0{,}2 + 270) \times 0{,}55$	2 898,5
Charge d'exploitation sur plancher		Répartie	$Q_B = 1\,500 \times 2{,}00$	3 000

• **Détermination des sollicitations M ($L/2$).** Se reporter au formulaire.

Chargements	Total (N/m)	M ($L/2$)	M (Nm)
$g_4 + g_2 + g_1 + g_0$	+ 21 377,5	$gL^2/8$	+ 130 937
g_5	+ 5 940	$gL^2/12$	+ 24 255
g_3 (sur $b = 2{,}50$ m)	– 4 306,5	$gb\,(2L - b)\,/\,8$	– 15 476
Q_B	+ 3 000	$qL^2/8$	+ 18 375

soit: $M_g = 139\,716$ Nm $\quad M_{ser} = M_g + M_q = 158\,091$ Nm

$M_q = 18\,375$ Nm $\quad M_u = 1{,}35\,M_g + 1{,}5\,M_q = 216\,179$ Nm

• **Calcul de la section d'armatures longitudinales**

La façade étant exposée aux intempéries, la fissuration est préjudiciable; a priori, calcul à l'E.L.S.

• **Contraintes limites de calcul**

$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\,f_{c28} = 15$ MPa ; $\quad f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\,f_{cj} = 2{,}1$ MPa;

$\overline{\sigma_{st}} = \inf\left(2/3 f_e\ ;\ 110\sqrt{\eta.\ f_{tj}}\right) = 201{,}63$ MPa

• **Moment réduit** (on choisit $d = 50$ cm)

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b\ .\ d\ .\ \overline{\sigma_{st}}} = \frac{0{,}158\,091}{0{,}2 \times 0{,}5^2 \times 201{,}63} = 0{,}015\,7$$

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} = 1{,}367 \ ; \quad \mu_{s\,lim} = 0{,}016\,2, \quad \text{donc } \mu_s < \mu_{s\,lim}$$

- **Calcul par tableau E.L.S.** ($\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$)

$\mu_s = 0{,}0157$ Lecture ⟶ $\alpha_1 = 0{,}522$ $\beta_1 = 0{,}826$

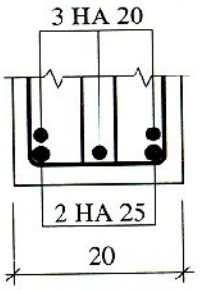
$K = 13{,}73$

$\rho = 1{,}901\%$

$$A_{ser} = \rho \,.b\,.\,d \quad \left(\text{ou encore } A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1\,.\,d\,.\,\overline{\sigma_{st}}}\right)$$

$A_{ser} = 19{,}01 \text{ cm}^2$

$$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{K} = 14{,}68 \text{ MPa}$$



- **Choix des armatures**

2 HA 25 + 3 HA 20, soit 19,24 cm^2

***Remarque**: la condition de non-fragilité est bien respectée:* $A_{s\,min} = 0{,}966 \text{ cm}^2$

13 Vérification des sections

But

Les vérifications à effectuer concernent les états limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure (B.A.E.L. A.4.5).

E.L.S. flexion simple

État limite de compression du béton

La contrainte de compression du béton est limitée à :

$$\sigma_{bc} = 0{,}6\, f_{cj}$$

f_{cj} étant la résistance caractéristique du béton en compression à j jours

État limite d'ouverture des fissures

En particulier, la contrainte de traction des aciers est limitée suivant les cas de :

- fissuration préjudiciable (F.P.),
- fissuration très préjudiciable (F.T.P.).

On pourra se reporter au chapitre 7: «Déformations et contraintes de calcul» et on consultera l'Annexe 2.

N.B. L'état limite de déformation n'est pas envisagé dans ce chapitre (par exemple: limitation de flèche des éléments soumis à la flexion).

Démarche

Les différentes étapes de ce chapitre sont les suivantes :

1. Hypothèses de calcul fixées par le règlement (B.A.E.L. A.4.5,1).
2. Caractéristiques géométriques de la section homogénéisée (position de l'axe neutre et calcul du moment quadratique).
3. Expression de la contrainte normale en un point par les formules classiques de la résistance des matériaux dans l'hypothèse d'un comportement linéairement élastique des matériaux associés.
4. Vérifications des contraintes (justifications des sections) :

vérifiées : $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma_{bc}}$ et $\sigma_{st} \leq \overline{\sigma_{st}}$: non vérifiées

Les sections béton et acier conviennent.

soit en raison de :

- section insuffisante d'acier ;
- dimensions de la section de béton non conformes (b ou h) ;
- choix de caractéristiques des matériaux non adaptées (f_{c28} ou f_e).

N.B. Dans tous les cas, le calcul à l'E.L.U.R. doit être également satisfait.

1. Hypothèses de calcul

Rappels (voir chapitre 12)

- Hypothèses de Navier
- Résistance du béton tendu négligée
- Coefficient d'équivalence pris égal à 15 ($n = E_s / E_b$)
- Béton et acier considérés comme matériaux linéairement élastiques
- Contraintes limites de calcul à l'E.L.S.: voir détails chapitre 7 (fig. 6).

Notations

M_{ser} : moment de service
σ_{bc} : contrainte de compression du béton
σ_{sc} : contrainte de compression de l'acier
σ_{st} : contrainte de traction de l'acier.

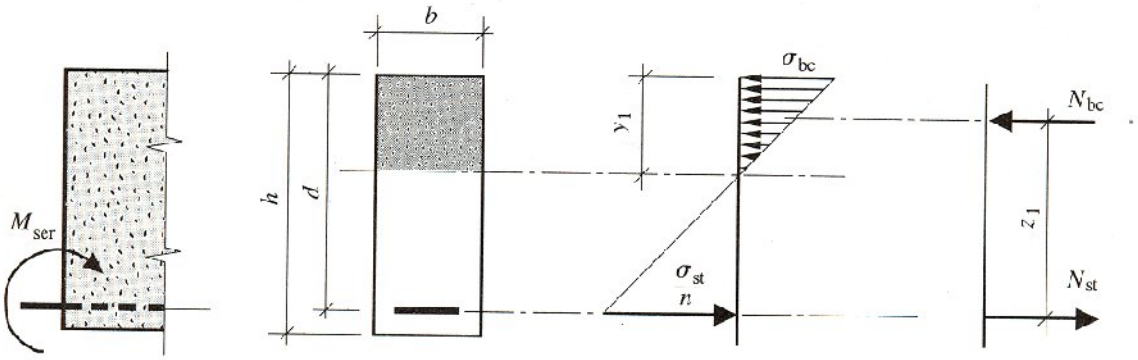


Fig. 1 Moment appliqué M_{ser} — Section rectangulaire — Diagramme des contraintes — Efforts normaux et moment interne

Combinaisons d'actions pour le calcul à l'E.L.S.

Combinaison de base (cas courants):

$$G + Q_B$$

Pour les différents cas de chargement, se reporter au chapitre 5: «Calcul des sollicitations».

2. Caractéristiques géométriques

2.1 Position de l'axe neutre d'une section rectangulaire homogénéisée

(distance y_1 par rapport à la fibre la plus comprimée)

- Équation dite du **moment statique** par rapport à la fibre neutre:

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} + n \cdot A'_s (y_1 - d') - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1)$$

La résolution de cette équation donne la valeur de y_1 (fig. 1).
Si la section n'a pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (1) devient:

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1')$$

2.2 Moment quadratique par rapport à l'axe neutre

(symbole I_x)

- Éléments géométriques connus: b; d; d'; A'_s; A_s
- Expression du moment quadratique:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A'_s (y_1 - d')^2 + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2)$$

Si la section ne comporte pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (2) devient:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2')$$

N.B. Voir le chapitre 3: «Caractéristiques géométriques des sections», se reporter aux exercices du paragraphe 5: «Applications aux sections courantes en B.A» et à la figure 6 du chapitre 7.

3. Contrainte normale au niveau d'une fibre

L'expression de la contrainte normale en un point est donnée, compte tenu des hypothèses précédentes, par la formule classique de résistance de matériaux:

$$\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot y$$

σ (MPa) : contrainte en un point au niveau d'une fibre
M (MNm) : moment agissant dans la section
I_x (m^4) : moment quadratique
y (m) : distance de l'axe neutre à la fibre considérée.

Dans le cas du béton armé, on considère dans la section homogénéisée:

- **la fibre la plus comprimée du béton** pour évaluer la contrainte σ_{bc} à une distance y_1 de l'axe neutre → équation (3) ci-après;
- **la fibre située au niveau du C.d.G. des aciers comprimés** à une distance $(y_1 - d')$ pour trouver σ_{sc} → équation (4) ci-après;
- **la fibre la plus tendue de l'acier** au niveau du C.d.G. de l'armature tendue à une distance $(d - y_1)$ de l'axe neutre pour trouver la contrainte σ_{st} → équation (5) ci-après.

Contraintes de compression

- **Béton:**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 \qquad (3)$$

- **Acier:**

$$\sigma_{sc} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (y_1 - d') \qquad (4)$$

Contrainte de traction de l'acier

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) \qquad (5)$$

Remarque: *la contrainte de l'acier est n fois plus forte que celle du béton au niveau d'une même fibre (voir équations (4) et (5)).*

N.B. Les contraintes limites de calcul du béton et de l'acier sont données dans l'Annexe 2.

4. Contrôle complémentaire des résultats

Équilibre des efforts normaux de compression et de traction

- Section sans armature comprimée:

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

- Section avec armature comprimée:

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} + A'_s \cdot \sigma_{sc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

Équilibre des moments

Moment agissant = Moment interne

M_{ser} = effort de compression × bras de levier

ou

M_{ser} = effort de traction × bras de levier

N.B. Cela est conforme aux équations d'équilibre dans une section; chapitre 12, paragraphe 5.

D'ASSIMILATION 1

Calculer les contraintes à l'E.L.S. dans une section de poutre sans aciers comprimés.

Données

- Section : voir figure
- Matériaux
  béton : $f_{c28} = 30$ MPa
  acier : $f_e = 500$ MPa
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moment de service : $M_{ser} = 0{,}057$ MNm
- Rapport γ : $M_u / M_{ser} = 1{,}40$

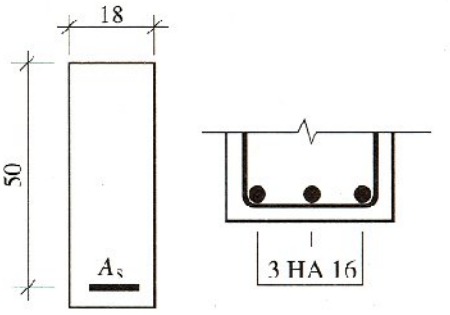


Fig. 2 Détail de l'armature tendue

Indications

Les principales étapes de calcul sont les suivantes :
1. Recherche de la position de la fibre neutre.
2. Calcul du moment quadratique.
3. Calcul des contraintes.
4. Contrôle des résultats.

Réponse

Calcul des contraintes

- Équation du moment statique

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \qquad (1')$$

$$9\, y_1^2 - 15 \times 6{,}03\, (50 - y_1) = 0$$

d'où $y_1 = 17{,}95$ cm

- Moment quadratique

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \qquad (2')$$

$$I_x = \frac{18 \times 17{,}95^3}{3} + 15 \times 6{,}03\, (50 - 17{,}95)^2$$

$$I_x = 127\,612 \text{ cm}^4$$

- Contrainte du béton comprimé

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 = 8{,}017 \text{ MPa} \qquad (3)$$

$$\sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}} = 18 \text{ MPa}$$

- Contrainte de l'acier tendu

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) = 214{,}74 \text{ MPa} \qquad (5)$$

$$\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}} = 216 \text{ MPa}$$

Contrôle des résultats

- Équilibre des efforts normaux

$$N_{bc} = 8{,}017 \times \frac{0{,}18 \times 0{,}1795}{2} = 0{,}129\,5 \text{ MN}$$

$$N_{st} = 214{,}74 \times 6{,}03 \times 10^{-4} = 0{,}129\,5 \text{ MN}$$

On a bien $N_{bc} = N_{st}$

- Équilibre des moments

$$M_{ser} = N_{bc} \times z_1$$

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} = 44{,}017 \text{ cm}$$

soit :

$$M_{ser} = 0{,}129\,5 \times 44{,}017 \times 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$M_{ser} = 0{,}057 \text{ MNm}$$

Il y a bien égalité des moments externe et interne.

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Calculer les contraintes à l'E.L.S. dans une section de poutre sans aciers comprimés. Contrôler la section d'acier à l'E.L.U.R.

Données

- Sections : voir figure
- Caractéristiques des matériaux
  f_{c28} = 35 MPa ; $\overline{\sigma_{bc}}$ = 21 MPa
  f_e = 500 MPa ; $\overline{\sigma_{st}}$ = 228,63 MPa
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moment à l'E.L.S. : 0,042 MNm
- Moment à l'E.L.U.R. : 0,060 5 MNm

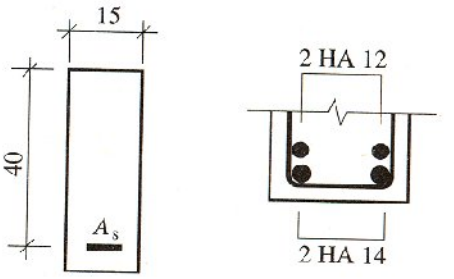


Fig. 3 Détail de l'armature tendue

Réponse

Calcul des contraintes

- Position de la fibre neutre :
  équation (1') $\longrightarrow$ y_1 = 16 cm
- Moment quadratique :
  équation (2') $\longrightarrow$ I_x = 66 618 cm^4
- Contrainte du béton :
  équation (3) $\longrightarrow$ σ_{bc} = 10,09 MPa
  $\sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}}$ = 21 MPa
- Contrainte de l'acier :
  équation (5) $\longrightarrow$ σ_{st} = 227 MPa
  $\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}}$ = 228,63 MPa

Contrôle E.L.U.R.

- Moment ultime réduit :
  $$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,127\,1 \text{ (pivot A)}$$
- Lecture des tableaux E.L.U.R. :
  $\mu_{bu} \longrightarrow \beta_u = 0,932$
  ou $\beta_u = 0,5\left(1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}\right)$
- Section théorique à l'E.L.U.R. :
  $$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 3,73 \text{ cm}^2$$
- Contrôle vis-à-vis de l'E.L.U.R. :
  2 HA 12 + 2 HA 14, soit 5,34 cm^2
  A_s = 5,34 cm^2 > A_u = 3,73 cm^2

Remarque : *la condition de non-fragilité de la section est également satisfaite ;* $A_{min} \geq 0,23\, b.d.\, f_{tj}/f_e$.

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Calculer les contraintes d'une section rectangulaire avec aciers comprimés et contrôler les résultats en utilisant les équations d'équilibre.

Données

- Cas de Fissuration très préjudiciable
- Dimensions utiles :
  b = 25 cm ; d = 50 cm ; d' = 4 cm
- Caractéristiques des matériaux
  béton : f_{c28} = 27 MPa ; $\overline{\sigma_{bc}}$ = 16,2 MPa
  acier : f_e = 500 MPa ; $\overline{\sigma_{st}}$ = 170 MPa
- Moment de service : 0,248 MNm
- Section des armatures
  comprimées : A'_s = 8,04 cm^2
  tendues : A_s = 35,73 cm^2

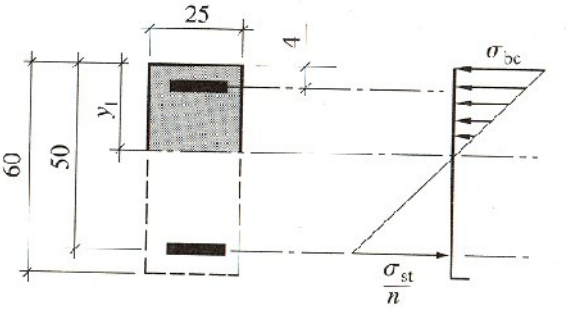


Fig. 3 Section B.A. avec aciers comprimés et diagramme des contraintes

EXERCICE

Réponse

Calcul des contraintes

- Position de la fibre neutre :
  équation (1) $\longrightarrow y_1$

$$25\,\frac{y_1^2}{2} + 15\times 8{,}04(y_1 - 4) - 15\times 35{,}73(50 - y_1) = 0$$

ou : $y_1^2 + 52{,}524\,y_1 - 2\,182{,}39 = 0$

On obtient : $y_1 = 27{,}33$ cm

- Moment quadratique :
  équation (2) $\longrightarrow I_x$

$$I_x = \frac{25 \times 27{,}33^3}{3} + 15 \times 8{,}04\,(27{,}33 - 4)^2 + 15 \times 35{,}73\,(50 - 27{,}33)^2$$

On obtient : $I_x = 511\,194$ cm^4

- Contraintes du béton en compression :
  équation (3) $\longrightarrow \sigma_{bc}$

$$\sigma_{bc} = \frac{248\,000}{511\,194} \times 27{,}33 = 13{,}26 \text{ MPa}$$

$\sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}} = 16{,}2$ MPa

- Acier en compression :
  équation (4) $\longrightarrow \sigma_{sc}$

$$\sigma_{sc} = 15 \times \frac{248\,000\,(27{,}33 - 4)}{511\,194} = 169{,}77 \text{ MPa}$$

$\sigma_{sc} < \overline{\sigma_{sc}} = 0{,}5\,f_c$

- Acier en traction :
  équation (5) $\longrightarrow \sigma_{st}$

$$\sigma_{st} = 15 \times \frac{248\,000\,(50 - 27{,}33)}{511\,194} = 164{,}97 \text{ MPa}$$

$\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}} = 170$ MPa

Contrôle des résultats

- Équilibre des efforts normaux :

$$N_{bc} = \frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} = 0{,}453 \text{ MN}$$

$$N_{sc} = A'_s \cdot \sigma_{sc} = 0{,}136\,5 \text{ MN}$$

$$N_{st} = A_s \cdot \sigma_{sc} = 0{,}589\,4 \text{ MN}$$

On obtient : $N_{bc} + N_{sc} - N_{st} = 0$

- Équilibre des moments

Expression du moment interne par rapport au centre de gravité des aciers tendus :

$$N_{bc}\,(d - y_1/3) + N_{sc}\,(d - d') = M_{ser}$$

On obtient :

0,185 23 MNm + 0,062 79 MNm = 0,248 MNm

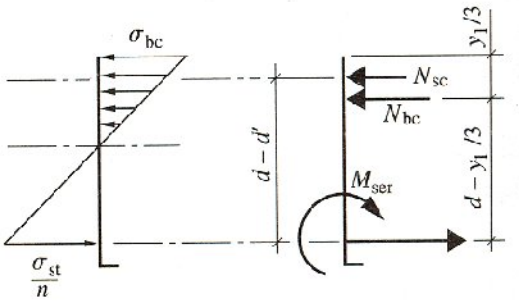


Fig. 5 Diagramme des contraintes (à gauche) Efforts normaux et moments (à droite)

Remarque: *le contrôle à l'E.L.U.R. est inutile. Dans le cas de fissuration très préjudiciable (F.T.P.), le calcul à l'E.L.S. est toujours déterminant.*

EXERCICE

D'ASSIMILATION 4

Vérifier les contraintes pour les sections en forme de Té ci-après:

- *cas 1: l'axe neutre est situé dans la table de compression;*
- *cas 2: l'axe neutre est situé dans la nervure de la poutre.*

Cas 1

Données

Dimensions :
voir figure 6.

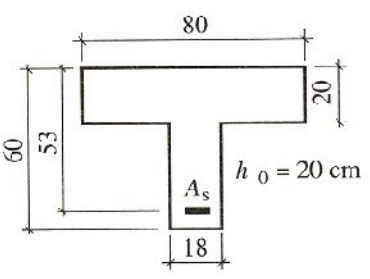


Fig. 6 Section en Té avec table épaisse

Cas 2

Données

Dimensions :
voir figure 7.

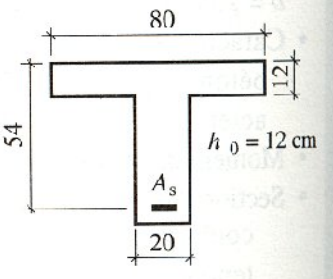


Fig. 7 Section en Té avec table peu épaisse

EXERCICE EXERCICE EXERCICE EXERCICE EXERCICE

- Matériaux :
  $f_{c28} = 30$ MPa ; $f_e = 500$ MPa
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moment appliqués :
  $M_{ser} = 0{,}165$ MNm
  $M_u = 0{,}235$ MNm
- Section des armatures tendues :
  2 HA 25 + 2 HA 20 $\rightarrow$ 16,1 cm^2

Éléments de réponse

1. Vérification à l'E.L.S.

- Condition pour que l'axe neutre soit situé dans la table de compression :

$$\frac{b \cdot h_0^2}{2} - n \cdot A_s (d - h_0) > 0$$

On a : $b = 80$ cm ; $h_0 = 20$ cm ; $d = 53$ cm.

D'où : $\dfrac{80 \times 20^2}{2} - 15 \times 16{,}1 (53 - 20) > 0$

Cette section en Té se vérifie comme une section rectangulaire.

- Position de l'axe neutre :

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0$$

$\rightarrow y_1 = 15{,}12$ cm

- Moment quadratique :

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2$$

$I_x = 438\,704$ cm^4

- Calcul des contraintes à l'E.L.S. :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 = 5{,}69 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) = 213{,}7 \text{ MPa}$$

- Contrôle à l'E.L.S. :
  $\sigma_{bc} < 18$ MPa
  $\sigma_{st} < 216$ MPa

La section convient à l'E.L.S.

2. Vérification à E.L.U.R.

Il suffit de s'assurer que :

$A_u \leqslant A_s$ avec

A_u : section théorique à l'E.L.U.R.

A_s : section réelle d'acier tendu.

- Moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0{,}061\,5 \quad \rightarrow \text{pivot A}$$

- Matériaux :
  $f_{c28} = 25$ MPa ; $f_e = 500$ MPa
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moments appliqués :
  $M_{ser} = 0{,}370$ MNm
  $M_u = 0{,}525\,4$ MNm
- Section des aciers tendus :
  8 HA 25 $\rightarrow$ $\rightarrow$ 39.27 cm^2

Éléments de réponse

1. Vérification à l'E.L.S..

- Condition pour que l'axe neutre soit situé dans la nervure :

$$\frac{80 \times 12^2}{2} - 15 \times 39{,}27 (54 - 12) < 0$$

L'inégalité est vérifiée : l'axe neutre est dans la nervure.

- Équation du moment statique
  On se reportera au chapitre 3: «Caractéristiques géométriques des sections».
- Position de l'axe neutre :

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - (b - h_0) (y_1 - h_0)^2 - n \cdot A_s (d - y_1) = 0$$

$\rightarrow y_1 = 23{,}41$ cm

- Moment quadratique :

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} - (b - b_0)\left(\frac{y_1 - h_0}{3}\right)^3 + n \cdot A_s (d - y_1)^2$$

$I_x = 863\,609$ cm^4

- Calcul des contraintes à l'E.L.S
  On utilisera les équations (3) et (5) du présent chapitre et on veillera particulièrement aux unités.
- Contrôle à l'E.L.S. :
  $\sigma_{bc} = 10{,}03$ Mpa $< \overline{\sigma_{bc}} = 15$ MPa
  $\sigma_{st} = 196{,}57$ MPa $< \overline{\sigma_{st}} = 202$ MPa

La section convient à l'E.L.S.

2. Vérification à E.L.U.R.

Le diagramme rectangulaire est dans la table seule si (cf. chapitre 7, 1.2 et exercice 6).

$$0{,}80\, y_u \leqslant h_0, \text{ ou } y_u \leqslant 1{,}25\, h_0$$

Dans le cas où :

$$y_u > 1{,}25\, h_0$$

le diagramme rectangulaire est à la fois dans la table et dans la nervure.

EXERCICE

- Bras de levier réduit:

$$\beta_u = 0,5\left(1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}\right) = 0,968\,2$$

- Section d'armature théorique à l'E.L.U.R.:

$$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 10,53 \text{ cm}^2 < 16,1 \text{ cm}^2$$

N.B. Calcul à l'E.L.S. prépondérant.

- Équilibre de la section à l'E.L.U.R.

$\mu_{bu} \longrightarrow$ $\alpha_u = 0,0794$; $y_u = 4,208$ cm
$\beta_u = 0,9682$; $z_u = 51,314$ cm

Équilibre des efforts normaux(fig.8):

$N_{bu} = 0,80\, y_u \cdot b \cdot f_{bu} = 0,457\,8$ MN

$N_{su} = A_u \cdot f_{su} = 0,457\,8$ MN

Équilibre des moments:

Moment interne = $N_{bu} \cdot z_u = 0,234\,9$ MNm
= moment externe.

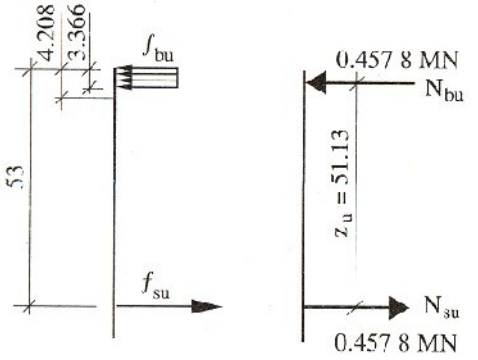


Fig. 8
Shéma de principe

L'étude de cette condition revient à calculer le moment M_{btu} équilibré par la table seule par rapport au centre de gravité des aciers tendus et à le comparer au moment appliqué M_u:

$$M_{btu} = b \,.\, h_0\,(d - h_0/2)\, f_{bu} = 0,653 \text{ MNm}$$
$$M_u = 0,525\,4 \text{ MNm} < M_{btu}$$

Le diagramme rectangulaire est bien dans la table seule.

- Moment réduit à l'E.L.U.R.:

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,158\,9$$

- Lecture des tableaux E.L.U.R.:

$\mu_{bu} \longrightarrow \alpha_u = 0,218$; $\beta_u = 0,913$

- Position de la fibre neutre:

$y_u = 0,218 \times 0,54 = 11,77$ cm

On a bien: $y_u < 1,25\, h_0$

- Section théorique à l'E.L.U.R.

$$A_u = \frac{0,525\,4}{0,913 \times 0,54 \times 434,8}$$

$$A_u = 24,51 \text{ cm}^2 < A_s$$

La section réelle $A_s = 39,27$ cm^2 convient donc à l'E.L.S. et à l'E.L.U.R.

EXERCICE

D'ASSIMILATION 5

Contrôler dans chacun des cas proposés les sections d'armatures à l'E.L.S. calculées par ordinateur (logiciel CBA). Pour la démarche, on pourra se reporter à l'exercice précédent.

```
* E.L.S.* SECTIONS B.A. RECTANGULAIRES *

* Section (cm)  Largeur b :? 20
                H.utile d :? 45
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 22
                Acier Fe  :? 400
* Fissuration          Eta :? 1.6
                (P=1,TP=2):? 2

* Calcul=1 Verif=2 Run=3 Fin=4 Choix:? 2

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.135

* Aciers tendus (cm2)  A s:? 24.13
        comprimes      A's:? 2.26
                 (cm)  d' :? 4

* Contraintes       calcul * limite
     (MPa)      Sbc 12.95     13.2
                Ssc 163.56    200
* y1= 25.31 cm Sst 151.15     157.74
```

```
*  E.L.S. *   SECTIONS  B.A.  EN  TE   *

* Section (cm)  Largeur b :? 80
                H.utile d :? 60
                Nervure b0:? 30
                H.table h0:? 15
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 25
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
                (P=1,TP=2):? 1

* Calcul=1 Verif=2 Chgt=3 Fin=4 choix:2

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.75

* Aciers tendus (cm2)  A s:? 72.38
        comprimes      A's:? 0

* Contraintes  ELS calcul * limite
     (MPa)      Sbc 14.09     15
  y1= 30.8 cm   Sst 200.42    201.63
*               ELUR        (MNm)
  yu= 40.5 cm         Mru= 1.1609
```

14 Liaison béton - acier

L'association béton-acier résulte principalement de l'adhérence entre matériaux.
Le béton exerce aussi sur l'acier et réciproquement une force de frottement sous l'effet d'un effort de traction ou de compression.
(Coefficient de frottement de l'acier sur le béton pris égal à 0,4.)
En cumulant les forces dues à l'adhérence et au frottement, on a:

Forces de liaison = Forces d'adhérence + Forces de frottement

Les liaisons entre béton et armatures concernent:
- les ancrages rectilignes ou courbes (crochets)
  exemple: extrémités des armatures tendues d'une poutre;
- les recouvrements de barres ou de treillis soudés
  exemple: continuité des barres soumises à un effort de traction (poutres) ou de compression (poteau);
- l'entraînement des armatures des barres isolées ou en paquet
  exemple: barres disposées en chapeaux sur une même nappe.

Les règles à respecter, toutes relatives à l'état-limite ultime, visent:
- les extrémités des barres qui doivent être ancrées avec une sécurité suffisante (A.6.1,2 pour les barres, A.6.2,1 pour les treillis soudés);
- les armatures en partie courante soumises à des contraintes dites "d'entraînement", qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton entourant les armatures.

1. Contrainte d'adhérence (B.A.E.L. A.6.1,1)

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence τ_s définie par la formule:

$$\tau_s = \frac{1}{u} \cdot \frac{dF}{dx} \qquad (1)$$

où dF/dx : variation de l'effort axial par unité de longueur
u : périmètre utile d'une barre ou d'un paquet de barres.

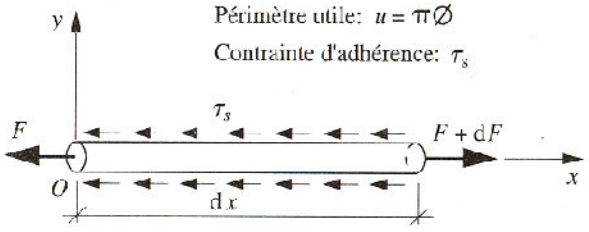


Fig. 1 Conditions d'équilibre d'un tronçon de barre de longueur dx

2. Ancrage des aciers

2.1 Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence (B.A.E.L. A.6.1,2)

L'efficacité d'une barre du point de vue de l'adhérence est caractérisée par son coefficient de scellement Ψ_s:
$\Psi_s = 1$ pour les ronds lisses
$\Psi_s = 1{,}6$ pour les aciers H.A.
La valeur ultime de la contrainte d'adhérence, symbole τ_{su}, est donné par:

$$\tau_{su} = 0{,}6\ \Psi_s^2 \cdot f_{tj} \qquad (2)$$

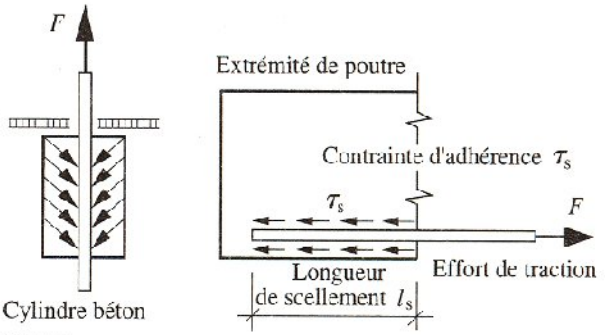


Fig. 2 Schémas de principe: à gauche, essai d'arrachement à droite, ancrage d'une barre

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Contrôler les valeurs de τ_{su} dans le tableau ci-contre avec $\Psi_s = 1{,}5$ (contraintes exprimées en MPa).

f_{c28}	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
f_{t28}	1.68	1,80	1,92	2,10	2,22	2,40	2,52	2,70	2,82	3,00
τ_{su}	2,27	2,43	2,59	2,83	3,00	3,24	3,40	3,64	3,81	4,05

2.2 Ancrages rectilignes (B.A.E.L. A.6.1,23)

2.2.1 Cas d'une barre isolée tendue

Longueur de scellement droit l_s :

$$l_s = \frac{\varnothing \cdot f_e}{4\,\tau_{su}} \qquad (3)$$

où $\varnothing$: diamètre de la barre
f_e : limite élastique de l'acier
τ_{su} : contrainte limite ultime d'adhérence

Exemple de calcul

$\varnothing = 16$ mm ; $f_e = 500$ MPa ; $f_{c28} = 30$ MPa

$$l_s = \frac{1{,}6 \times 500}{4 \times 3{,}24} = 61{,}8 \text{ cm}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Établir la formule (3) donnant la longueur de scellement droit.

Réponse

On a l'équation d'équilibre :
force de traction (N_{sl}) = force d'adhérence (F_{ad})

soit $\dfrac{\pi \cdot \varnothing^2 \cdot f_e}{4} = \pi \cdot \varnothing \cdot \tau_{su} \cdot l_s$

d'où $l_s = \dfrac{\varnothing \cdot f_e}{4\,\tau_{su}}$

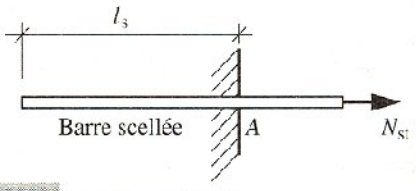
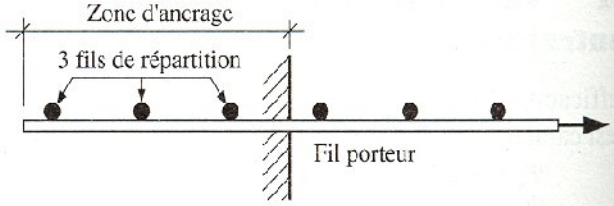


Fig. 3 Scellement droit

2.2.2 Tableau des valeurs forfaitaires de la longueur de segment droit

(à défaut de calcul de la longueur l_s par la formule (3))

Barres tendues isolées (HA) (B.A.E.L. A.6.1,22)		**Treillis soudés TSL et TSHA** (B.A.E.L. A.6.2)
Types d'acier ($\Psi_s \geq 1{,}5$)		
$f_e = 400$ MPa $l_s = 40\,\varnothing$	$f_e = 500$ MPa $l_s = 50\,\varnothing$	
Exemple : Acier HA ; $f_e = 500$ MPa Diamètre de la barre : 16 mm $l_s = 50 \times 1{,}6 = 80$ cm		**Fils porteurs :** 3 soudures sur chaque fil **Fils transversaux :** 2 soudures sur chaque fil Longueur forfaitaire id° acier HA avec $f_e = 500$ MPa

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Déterminer et comparer les longueurs de scellement droit à partir des deux groupes de données suivantes:

Données

- Acier HA ; f_e = 500 MPa
- Diamètre de la barre : 20 mm
- f_{c28} = 25 MPa

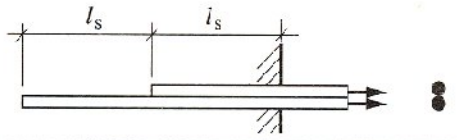
- Treillis soudés TSHA
- Panneau : TSHA 6 / 5,5 100 x 200
- f_{c28} = 30 MPa

Réponse

Longueur forfaitaire : l_1 = 100 cm
Longueur calculée : l_2 = 88,4 cm = 44,2 Ø

Longueur forfaitaire : l_3 = 30 cm
Longueur calculée : l_4 = 23,2 cm = 38,7 Ø

2.2.3 Longueur de scellement droit dans le cas de paquets

Paquet de deux barres	Paquet de trois barres
Périmètre utile d'une barre : $u_i = \pi \cdot \varnothing$ 	Périmètre utile d'une barre : $u_i = \frac{2}{3} \pi \cdot \varnothing$ A partir de l'ancrage, on a : $1{,}5\, l_s + l_s + l_s$ paquet de 3 barres ; 1 barre, paquet de 2 barres

2.3 Ancrage par courbure des barres tendues

2.3.1 Rayons de courbure minimaux (B.A.E.L. A.6.1,25)

Aciers en barres	Façonnage des crochets	Façonnage des cadres, étriers, épingles
Ronds lisses	$r \geq 3\,\varnothing$	$r \geq 2\,\varnothing$
Aciers HA	$r \geq 5{,}5\,\varnothing$	$r \geq 2\,\varnothing$ en général

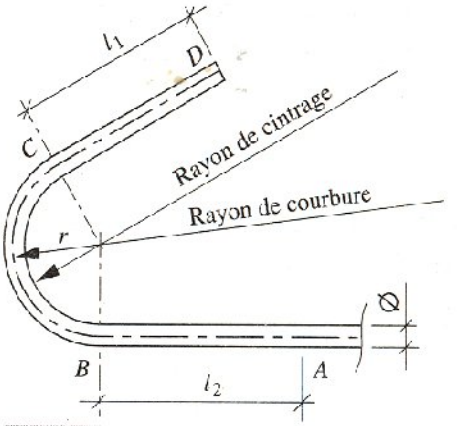
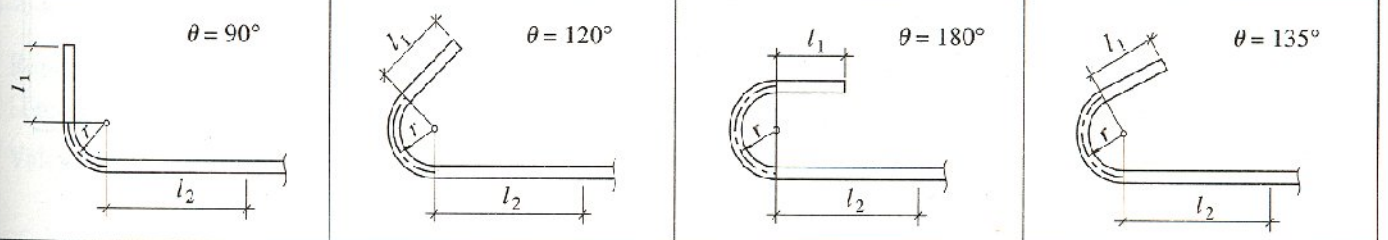


Fig. 4 Rayon de courbure

2.3.2 Caractéristiques des crochets courants

Types de crochets façonnés



Longueur équivalente l_s de scellement droit

Angle de 90°	Angle de 120°	Angle de 180°	Angle de 135°
$l_s = 1{,}87\, l_1 + l_2 + 2{,}19\, r$ Crochet à retour d'équerre	$l_s = 2{,}31\, l_1 + l_2 + 3{,}28\, r$ Très utilisé pour poutres	$l_s = 3{,}51\, l_1 + l_2 + 6{,}28\, r$	$l_s = 2{,}57\, l_1 + l_2 + 3{,}92\, r$

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Déterminer la longueur équivalente de scellement droit pour une barre tendue d'une poutre intérieure prenant appui sur un poteau de rive.

Données

- Acier HA 20; $fe = 500$ MPa
- enrobage mini : 3 cm
- crochet à 120°
- longueur $l_1 = 8\ \varnothing$
- Section du poteau : 25 cm x 25 cm

Réponse

- Rayon de courbure : $5{,}5\ \varnothing = 11$ cm
- Longueur l_2 :

$25 - 3 - 1 - 11 = 10$ cm

- 11 : rayon
- 1 : 1/2 diamètre de l'acier
- 3 : enrobage
- 25 : dimension du côté du poteau

- Longueur équivalente l_s :

$l_s = 2{,}31 \times 16 + 10 + 3{,}28 \times 11$ cm

$l_s = 83{,}04$ cm

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Calculer la longueur l_1 nécessaire pour assurer l'ancrage total d'une barre HA 16 d'une poutre reposant à chaque extrémité sur un voile B.A.

Données

- $f_{c28} = 30$ MPa ; $f_e = 500$ MPa
- $\Psi_s = 1{,}5$; enrobage mini = 2,5 cm
- Crochet à 135°
- Épaisseur du voile : 18 cm

Réponse

- $l_s = \dfrac{\varnothing \cdot f_e}{4\,\tau_{su}} = 61{,}73\ \text{cm} \simeq 62\ \text{cm}$
- Rayon de courbure : 8,8 cm
- $l_2 = 18 - [2{,}5 + 0{,}8 + 8{,}8] = 5{,}9$ cm
- $l_s = 2{,}57\ l_1 + l_2 + 3{,}92\ r$

$$\rightarrow\ l_1 = \frac{62 - 5{,}9 - 3{,}92 \times 8{,}8}{2{,}57}\ \text{cm}$$

$l_1 = 8{,}4$ cm, soit $5{,}25\ \varnothing$.

2.4 Ancrages des cadres, étriers, épingles (B.A.E.L. A.6.1,255)

On admet que les ancrages des extrémités sont assurés par courbure suivant le rayon minimal, si les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes de longueurs égales à :

- cinq diamètres pour un arc de 180° ;
- dix diamètres pour un arc de 135° ;
- quinze diamètres pour un arc de 90°.

Condition : l'inclinaison β des plans des ancrages doit être inférieure à $\pi/8$ (voir bas de la figure 5).

Rayons de courbure minimaux : voir le paragraphe 2.3.1 et les fiches d'identification de l'acier utilisé.

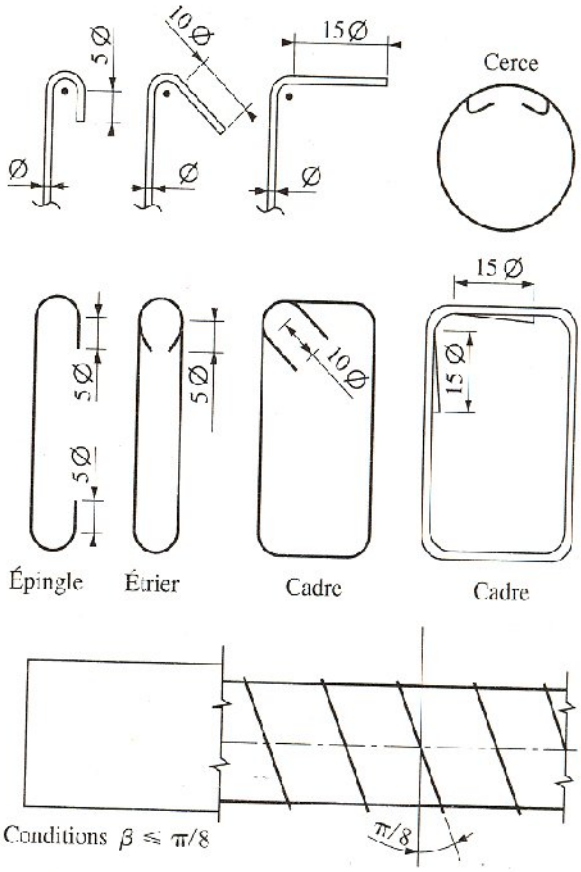
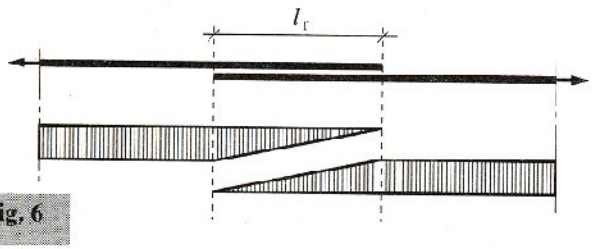
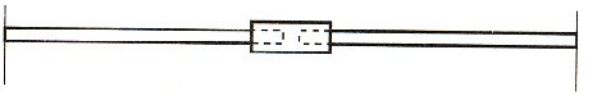
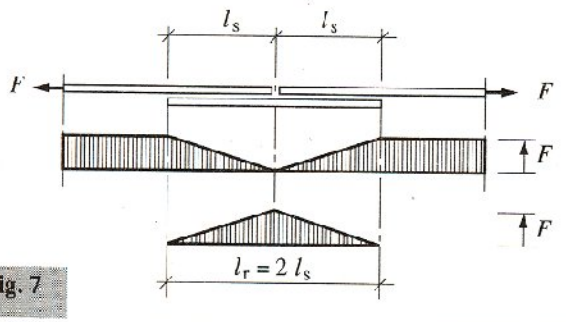


Fig. 5

Ancrage des cadres, étriers, épingles

2.5 Jonctions par recouvrement (B.A.E.L. A.6.1,2)

2.5.1 Barres rectilignes sans crochet

Barres tendues	Barres comprimées
• **Continuité par simple recouvrement**	• **La longueur de recouvrement** peut être prise égale à: $l_r = 0{,}6\, l_s$ Les valeurs forfaitaires deviennent alors pour les aciers à haute adhérence ($\Psi_s = 1{,}5$): Fe E 400 : $l_r = 24\ \varnothing$ Fe E 500 : $l_r = 30\ \varnothing$
 Fig. 6	• Les jonctions peuvent se faire **par aboutement** de barres au contact en utilisant des «manchons».
Fe E 400 : $l_r = 40\ \varnothing$ Fe E 500 : $l_r = 50\ \varnothing$	 Fig. 8 Cas d'armatures de poteaux superposés
• **Continuité par couvre-joint**	
 Fig. 7	

• **Coutures des jonctions**

Dans le cas général, on trouve:
- des barres arrêtées,
- des barres continues.

Les armatures de coutures (cadres, étriers) doivent avoir une résistance au moins égale à celle des barres arrêtées (voir exercice 6).

Relation à respecter: $\Sigma A_t \cdot f_{et} \leqslant \Sigma A_s \cdot f_e$

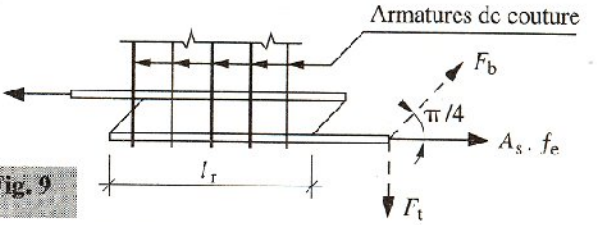


Fig. 9

L'effort de traction F admet pour composantes :
- F_b inclinée de π/4 sur l'axe de la barre;
- F_t de direction verticale.

2.5.2 Barres rectilignes avec crochets normaux

• **Ronds lisses**

Longueur de recouvrement: $l_r = 0{,}6\, l_s$

Valeur forfaitaire de l_s : $l_s = 50\ \varnothing$

• **Acier HA Fe E 400 ou 500**

Longueur de recouvrement: $l_r = 0{,}4\, l_s$

Valeur forfaitaire de l_s :

$l_s = 40\ \varnothing$ pour acier Fe E 400

$l_s = 50\ \varnothing$ pour acier Fe E 500

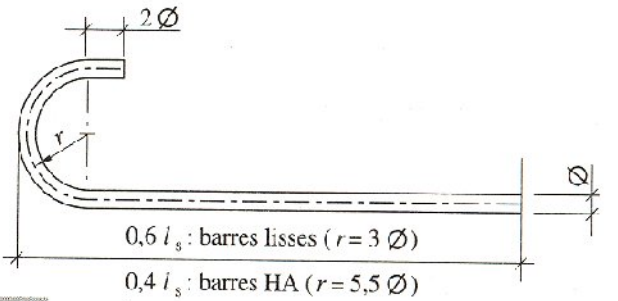


Fig. 10

Façonnage du crochet «normal»

Remarques:

1. On prend (fig. 11):

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}6\, l_s + c \\ \text{ou } 0{,}4\, l_s + c \end{array}\right\} \text{ si } c > 5\,\varnothing$$

2. Le respect des prescriptions concernant le crochet normal dispense de vérifier la condition de non-écrasement du béton.

3. Les coutures disposées le long du recouvrement doivent avoir une section au moins égale à la moitié de celle nécessaire pour un scellement droit.

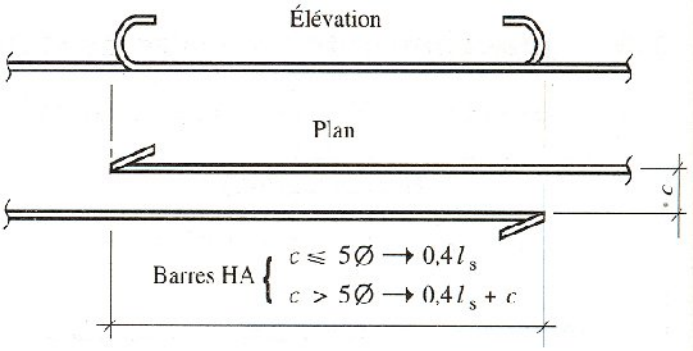


Fig. 11 Recouvrement avec crochets normaux

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Pour assurer la continuité des barres dans une poutre, il est prévu une jonction par simple recouvrement. Déterminer:
– la longueur de recouvrement;
– la section et la disposition des aciers de coutures.

Données

- Nappe inférieure constituée de 4HA16 (Fe E 500); $A_s = 8{,}04\ \text{cm}^2$
- Diamètre des cadres prévus: 6 mm (Fe E 400)
- Recouvrement sans crochet de 2 barres

Réponse

- Longueur $l_s = 50\ \varnothing = 80$ cm
- Nombre de cadres à répartir sur la longueur l_s

Condition:

$$\Sigma A_t \cdot f_{et} \leqslant \Sigma A_s \cdot f_e$$

$$A_t = N \text{ cadres} \times n \text{ brins} \times \frac{\pi\, \varnothing^2}{4}$$

Section A_{s1} à prendre: 4,02 cm²

$$N = \frac{4{,}02 \times 500}{2 \times 0{,}28 \times 400} \longrightarrow 9 \text{ cadres}$$

2.5.3 Treillis soudés (B.A.E.L. A.6.2)

Les valeurs forfaitaires des recouvrements sont identiques à celles des ancrages de treillis soudés lisses (TSL) et à haute adhérence (TSHA): se reporter au paragraphe 2.2.2.
Les recommandations de mise en œuvre sont indiquées sur les figures 12 et 13.

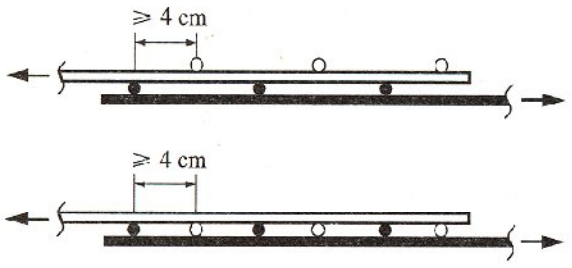


Fig. 12 Recouvrement des fils porteurs

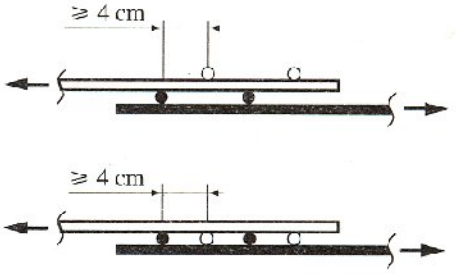


Fig. 13 Recouvrement des fils de répartition

3. Entraînement des barres isolées ou en paquet (B.A.E.L. A.6.1,3)

Dans un élément fléchi, l'effort de traction des armatures tendues varie entre deux sections voisines, distantes de dx (fig. 14).
Il en résulte une contrainte d'adhérence τ_{se} pour satisfaire la condition d'équilibre sur le tronçon de barre considéré.

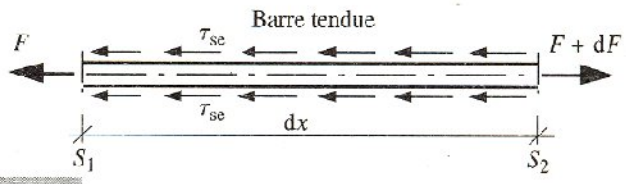


Fig. 14 Schéma de principe

3.1 Cas d'une seule nappe

Conditions particulières :

– barres de même diamètre ;
– barres isolées ou en paquets.

La contrainte d'adhérence par entraînement des armatures se détermine par :

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0{,}9\, d \cdot \Sigma u}$$

où V_u : effort tranchant à l'état ultime
d : hauteur utile de la poutre
Σu : somme des périmètres utiles des barres ou des paquets (voir tableau ci-après).

N.B. 0,9 d est la valeur forfaitaire du bras de levier de la poutre.

3.2 Cas de plusieurs nappes

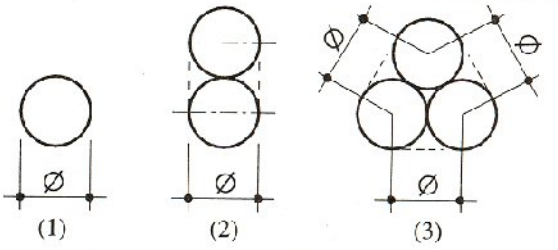
(i-ème nappe)

Dans une poutre fléchie de section constante, la contrainte τ_{se} qui s'exerce soit :
– sur une barre ou des barres isolées,
– sur un paquet (2 ou 3 barres),
est prise égale à l'expression :

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0{,}9\, d \cdot u_i} \cdot \frac{A_{si}}{A_s}$$

où A_{si} : section de la barre ou du paquet considéré (i-ème nappe)
A_s : section totale des armatures tendues
u_i : périmètre utile minimal circonscrit à la section droite du paquet (voir tableau ci-après).

Tableau des périmètres utiles

1. Barre isolée : $\pi\ \varnothing$	
2. Paquet de deux barres : $(\pi + 2)\ \varnothing$	
3. Paquet de trois barres : $(\pi + 3)\ \varnothing$	

3.3 Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence (symbole $\tau_{se,u}$)

La contrainte d'adhérence τ_{se} doit être inférieure à :

$$\tau_{se,u} = \Psi_s \cdot f_{tj}$$

N.B. Dans le cas des dalles, voir B.A.E.L. A.6.1,3.

Valeurs de $\tau_{se,u}$ en MPa ($\Psi_s = 1{,}5$)					
f_{c28}	20	25	30	35	40
$\tau_{se,u}$	2,70	3,15	3,60	4,05	4,50

3.4 Entraînement des treillis soudés formés de fils ou barres HA

On adopte la même justification qu'au paragraphe 3.2 compte tenu de la valeur de Ψ_s figurant dans la fiche d'identification du produit.

N.B. Voir B.A.E.L. A.6.2.3 et Annexe 2 pour les valeurs de Ψ_s.

D'ASSIMILATION 7

Choisir les armatures en chapeaux d'une poutre continue et contrôler la contrainte d'adhérence par entraînement.

Données

- Acier : Fe E 500
- Béton : $f_{c28} = 25$ MPa
- Calcul en flexion simple

  section théorique : $A_s = 4$ cm^2
  effort tranchant : $V_u = 0{,}115$ MN
  hauteur utile : $d = 40$ cm

Réponse

- Choix de 2 HA 16 ⟶ 4,02 cm^2

  Calcul de la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{se} = \frac{0,115}{0,9 \times 0,40 \times 0,100} = 3,19 \text{ MPa}$$

$$\tau_{se} > \tau_{se,u} = 3,15 \text{ MPa}$$

- Choix de 3 HA 14 ⟶ 4,62 cm^2

$$\tau_{se} = \frac{0,115}{0,9 \times 0,40 \times 0,132} = 2,42 \text{ MPa}$$

Ce dernier choix convient pour le diamètre et la section des chapeaux.

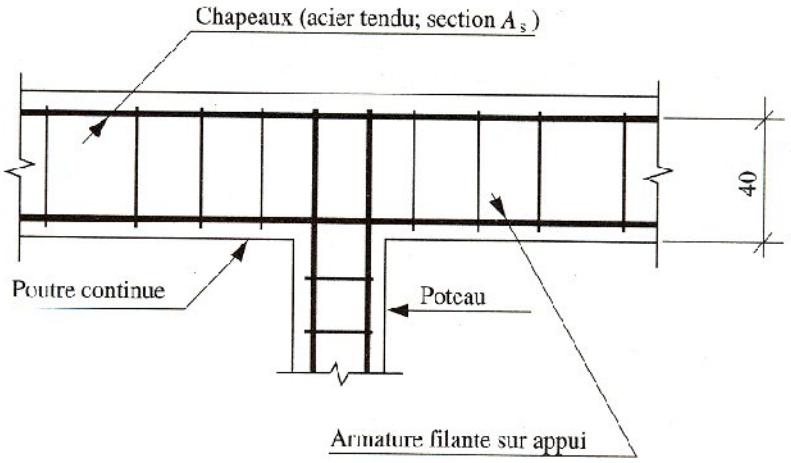


Fig. 15 Poutre continue

15 Effort tranchant: justifications et dispositions constructives

Il s'agit des justifications à effectuer pour les poutres et dalles sous sollicitation d'effort tranchant, qui concernent:

1. la contrainte tangente ultime de cisaillement du béton;
2. les armatures transversales de l'âme (ex: cadres, étriers);
3. les zones d'appui des poutres:
   - appui simple d'about,
   - appui intermédiaire.

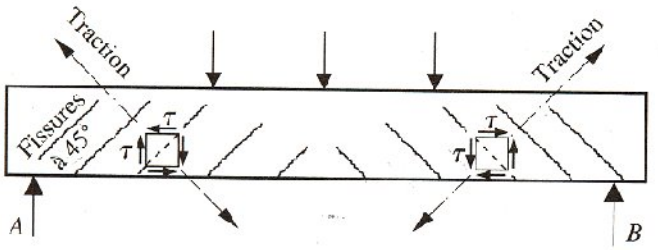
La sollicitation d'effort tranchant V_u est toujours déterminée à l'état limite ultime (E.L.U.).

La combinaison de base dans les cas courants pour calculer V_u est:

$$1{,}35\,G + 1{,}5\,Q$$

Remarques

- *On se reportera également au B.A.E.L. A.3.3,2 pour l'expression des combinaisons les plus défavorables, fondamentales ou accidentelles.*
- *Les diverses justifications accompagnées d'exemples se réfèrent au chapitre 2 "Formulaires des poutres" pour:*
  – les notations et conventions;
  – les notions de calcul d'effort tranchant et de moment de flexion (cf. exercices).



τ: contrainte tangente ultime de cisaillement

Fig. 1 Visualisation des effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

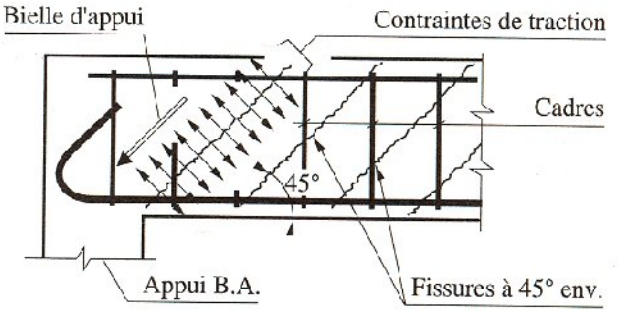


Fig. 2 Schéma de principe

1. Contrainte tangente conventionnelle

Justifications de l'âme d'une poutre
(B.A.E.L. A.5.1)

Unités

V_u: MN
b_0: m
d : m
τ_u: MPa

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} \qquad (1)$$

Notations

V_u: valeur de l'effort tranchant dans la section considérée
b_0: largeur de l'âme
d : hauteur utile.
τ_u: contrainte tangente conventionnelle

EXEMPLE D'APPLICATION 1

Calcul de la contrainte tangente conventionnelle.

Données

- Poutre de section rectangulaire : 20 cm × 45 cm ; d = 41 cm
- Portée : 5,80 m
- Appuis simples en A et B
- Charges uniformément réparties :
  – permanentes y compris poids propre : g = 18 500 N/m
  – d'exploitation : q = 4 600 N/m.

Calcul

- Effort tranchant à l'appui A (ou B) :
  $V_A = (1{,}35\,G + 1{,}5\,Q)\,L/2$
  V_A = 92 438 N
- Contrainte tangente conventionnelle :

$$\tau_u = \frac{0{,}092\,438\ \text{MN}}{0{,}20\ \text{m} \times 0{,}41\ \text{m}} = 1{,}127\ \text{MPa}$$

2. Contrainte tangente limite ultime

État limite ultime du béton de l'âme d'une section courante (B.A.E.L. A.5.1)

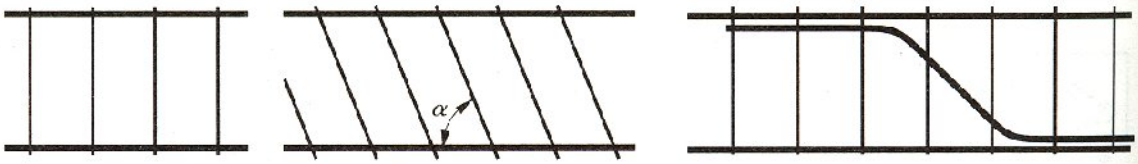
La détermination de la contrainte tangente limite ultime $\overline{\tau_u}$ dépend des cas rencontrés.

- **Cas des armatures transversales droites** ($\alpha = \pi/2$, fig. 3)

Fissuration peu préjudiciable → $\overline{\tau_u} = \min(0{,}20 f_{cj} / \gamma_b\ ;\ 5\text{MPa})$ (2)

Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable → $\overline{\tau_u} = \min(0{,}15 f_{cj} / \gamma_b\ ;\ 4\text{MPa})$ (3)

- **Cas des armatures transversales inclinées à 45°** → $\overline{\tau_u} = \min(0{,}27 f_{cj} / \gamma_b\ ;\ 7\text{MPa})$ (4)



Armatures droites ($\alpha = \pi/2$) | Armatures inclinées ($45° \leqslant \alpha \leqslant 90°$) | Armatures droites et barres relevées à 45°

Fig. 3 Diverses dispositions des armatures transversales

EXEMPLE D'APPLICATION 2

Calcul de la contrainte tangente limite ultime.

f_{c28} (MPa)	Cas de fissuration	Valeur de $\overline{\tau_u}$
25	Peu préjudiciable	$0{,}20 \times \frac{25}{1{,}5} = 3{,}33$ MPa
20	Préjudiciable	$0{,}15 \times \frac{20}{1{,}5} = 2$ MPa
40	Peu préjudiciable	$\tau_u \leqslant \min(5{,}33;\ 5) = 5$ MPa
42	Très préjudiciable	$\tau_u \leqslant \min(4{,}2;\ 4) = 4$ MPa

3. Armatures tranversales d'une poutre

3.1 Détermination des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 232)

Notations

A_t : section d'un cours d'armatures transversales

s_t : espacement entre deux cours successifs de cadres ou d'étriers

f_{tj} : contrainte caractéristique de traction du béton à j jours, plafonnée à 3,3 MPa

Coefficient k :

$k = 0$ si { reprise de bétonnage ; fissuration très préjudiciable

$k = 1$ si { cas de flexion simple, sans reprise de bétonnage ou reprise avec indentation $\geqslant$ 5mm

Condition

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot s_t} \geqslant \frac{\gamma_s \, (\tau_u - 0{,}3 f_{tj} \cdot k)}{0{,}9 f_c \, (\cos \alpha + \sin \alpha)} \qquad (5)$$

Espacements des armatures transversales dans les cas courants

Avec $\alpha = \pi/2$ (armatures droites)

$k = 1$

A_t fixé (section des cadres, étriers) :

$$s_t \leqslant \frac{0{,}9 \, A_t \cdot f_e}{\gamma_s \cdot b_0 \, (\tau_u - 0{,}3 f_{tj})} \qquad (6)$$

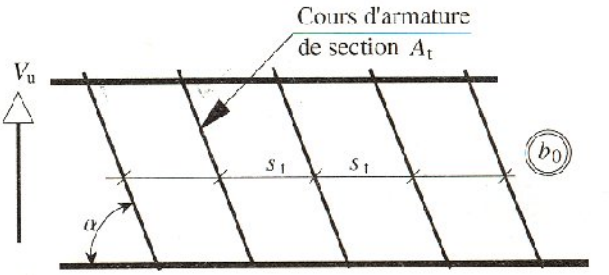


Fig. 4

Armatures d'âme de poutre

α : angle d'inclinaison des cadres
V_u : effort tranchant à l'état ultime
b_0 : épaisseur de l'âme

3.2 Règle de Caquot pour la détermination pratique des espacements

Conditions d'application

- Charges uniformément réparties
- Section constante de poutre
- Cas de flexion simple et $k = 1$.

Démarche à suivre

1° Calcul de l'espacement s_t à l'appui : A_t étant fixé, on utilise la formule (6) ci-dessus.

2° Position du premier cours à une distance $s_t/2$ de l'appui.

3° Espacements suivants en prenant la suite des valeurs en cm :

7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35, 40

Chaque valeur d'espacement est répétée autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée.

Application

Poutre de 6,20 m de portée et s_t = 12,4 cm à l'appui.

Espacements suivant Caquot :

- Premier cours à $s_t/2$ ⟶ 6 cm
- Nombre entier de mètres dans la demi-portée égal à trois.
- Choix des espacements :

  6 cm
  11 cm × 3 cours
  13 cm × 3 cours
  16 cm × 3 cours
  20 cm × 3 cours
  25 cm × 3 cours

Remarque: *lire ci-après (§ 4) les dispositions constructives minimales pour les valeurs de* s_t.

EXEMPLE D'APPLICATION 3

Calcul de l'espacement initial près de l'appui pour la poutre de l'exemple 1.

Données complémentaires

Armatures droites ($\alpha = 90°$)
Cadres simples, diamètre 6 mm, acier Fe E 215
Béton : $f_{c28} = 30$ MPa
Pas de reprise de bétonnage
Fissuration peu préjudiciable

Indications

- Contrainte tangente limite ultime : $\overline{\tau_u} = 4$ MPa
- Contrainte caractéristique de traction du béton autorisée : $f_{t28} = 2{,}4$ MPa $< \overline{f_{t28}} = 3{,}3$ MPa
- Section A_t : 2 brins Ø 6 mm
- Premier cours placé à $s_t/2$ du nu de l'appui.

Calcul

- Utilisation de la formule (6) :

$$s_t \leqslant \frac{0{,}9 \times 0{,}57 \times 10^{-4} \times 215}{1{,}15 \times 0{,}20\,(1{,}127 - 0{,}3 \times 2{,}4)} \text{ cm}$$

$s_t \leqslant 11{,}78$ cm ; on prend $s_t = 11$ cm.

Position du premier cours placé à 6 cm du nu de l'appui.

Remarque: *par le procédé de Caquot, applicable dans ce cas, on déduit les espacements suivants:*

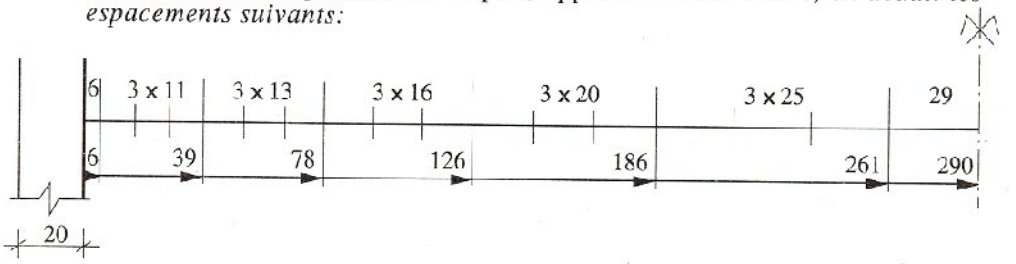


Fig. 5

4. Dispositions constructives minimales

Espacements des cours de cadres ou d'étriers (B.A.E.L. A.5.2) →

Unités : s_t et b_0 en cm ; A_t en cm² ; f_e en MPa.

$$s_t \leqslant \min(0{,}9\,d;\ 40 \text{ cm}) \qquad (7)$$

$$s_t \leqslant \frac{A_t \cdot f_e}{0{,}4\,b_0} \qquad (8)$$

Diamètre des armatures d'âme, symbole : $\varnothing_t$ (B.A.E.L. A.7.2, 2) →

$\varnothing_l$: diamètre des barres longitudinales

$$\varnothing_t \leqslant \min\left(\frac{h}{35};\ \frac{b_0}{10};\ \varnothing_l\right) \qquad (9)$$

EXEMPLE D'APPLICATION 4

Contrôles des dispositions constructives de la poutre étudiée dans l'exemple 1. Les espacements des cadres ont été obtenus dans l'exemple 3.

Indications

$s_{t\,max} = 29$ cm (voir figure 5)
$0{,}9\,d = 36{,}9$ cm
$A_t = 0{,}57$ cm²
$A_s = 2$ HA 16 + 1 HA 12
Diamètres à considérer (formule 9) :
$\varnothing_t = 6$ mm
$\varnothing_{l\,min} = 12$ mm

Contrôles

- Espacements $s_{t\,max}$ (formule 7) :
  $s_t \leqslant \min(36{,}9$ cm ; 40 cm$)$
  $s_{t\,max} = 29$ cm convient.
- Espacements maxi à l'appui (formule 8) :

$$\overline{s_t} \leqslant \frac{0{,}57 \times 215}{0{,}4 \times 20} = 15{,}31 \text{ cm}$$

$s_t = 11$ cm convient.

5. Effort tranchant réduit au voisinage d'un appui

Intérêt

Minoration de l'effort tranchant ultime pour la vérification de la résistance du béton et des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 23).

Cet effort peut être évalué suivant les conditions prescrites ci-contre.

Toutefois ces conditions ne s'appliquent pas aux règles concernant les zones d'appui vis-à-vis :

- de la bielle d'about,
- de la section minimale des armatures longitudinales.

On se reportera au paragraphe 6 : "Justification aux appuis".

Conditions prescrites

- **Cas de charges situées entre le nu de l'appui et $h/2$**

  Les charges situées entre le nu de l'appui et les sections distantes de $h/2$ ne sont pas prises en compte (fig. 6).

- **Cas de charges Q_i situées entre $h/2$ et 1,5 h**

  L'effort tranchant V_{ui} développé par une charge concentrée Q_i peut être réduit dans le rapport $2a / 3h$:

$$V_{u\,réd} = V_{ui} \cdot \frac{2\,a}{3\,h}$$

  avec a : distance à partir du nu de l'appui du point d'application de Q_i (fig. 7)
  h : hauteur de poutre.

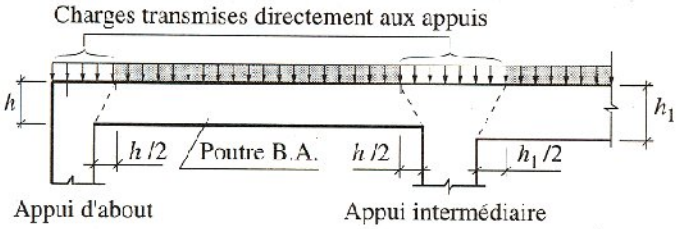


Fig. 6 Cas d'une charge répartie

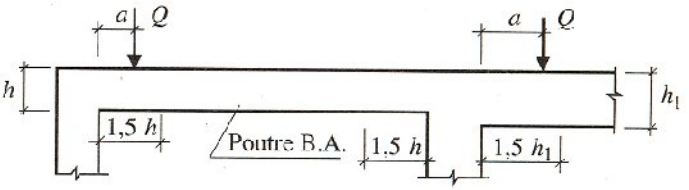


Fig. 7 Cas de charges concentrées

EXEMPLE D'APPLICATION 1

Calcul de l'espacement initial en tenant compte de l'effort tranchant réduit dans le cas d'une charge uniforme. Cas de la poutre étudiée dans les exemples précédents.

Données

- Hauteur : $h = 45$ cm
- Charges uniformes :
  $1,35\,g + 1,5\,q = 31\,875$ N/m
- $V_u = 92\,438$ N
- Section des cadres :
  2 brins Ø 6 mm ⟶ 0,57 cm²
- Acier des cadres : $f_e = 215$ MPa

Calcul

- Effort tranchant réduit :
  $V_{u\,réd} = V_u - (1,35\,g + 1,5\,q)\,h/2$
  $V_{u\,réd} = 85\,266$ N
- Contrainte tangente conventionnelle :

$$\tau_u = \frac{V_{u\,réd}}{b_0 \cdot d} = 1,04 \text{ MPa}$$

- Espacement initial :

$$s_t \leqslant \frac{0,9 \times 0,57 \times 10^{-4} \times 215}{1,15 \times 0,20\,(1,04 - 0,3 \times 2,4)} = 0,15 \text{ m}$$

Remarque: *on notera l'écart obtenu pour s_t suivant l'utilisation de V_u (exemple 3) ou de $V_{u\,réd}$.*

6. Justifications aux appuis (B.A.E.L. A.5.1, 3)

6.1 Appui simple d'about

Notations

a : profondeur d'appui
f_{c28} : résistance caractéristique du béton en compression à 28 jours d'âge
A_s : section minimale des aciers longitudinaux inférieurs prolongés sur l'appui
γ_s : 1,15 en général

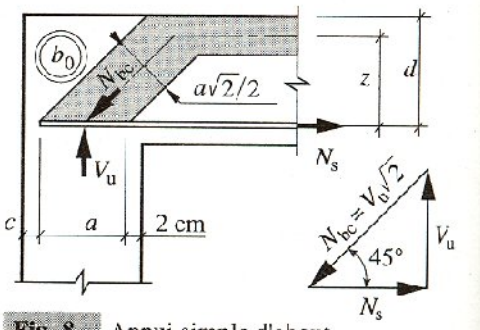


Fig. 8 Appui simple d'about

Conditions prescrites

- **Profondeur minimale d'appui**

$$\frac{2\,V_u}{b_0 \cdot a} \leqslant \frac{0,8\,f_{c28}}{\gamma_b} \qquad \text{(B.A.E.L. A.5.1,31)}$$

ou $V_u \leqslant 0,267\,b_0 \cdot a \cdot f_{c28}$

soit :

$$a \geqslant \frac{3,75\,V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \qquad (10)$$

La valeur de a est prise au plus égale au bras de levier de la poutre évalué à $0,9\,d$.

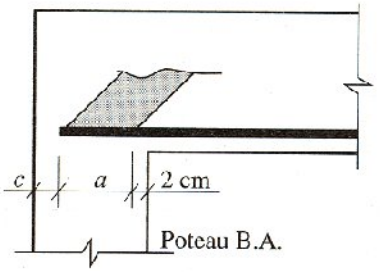


Fig. 9 Barre droite

- **Section minimale d'armatures inférieures sur appui**

$$A_s \geqslant \frac{\gamma_s}{f_e}\,V_u \qquad (11)$$

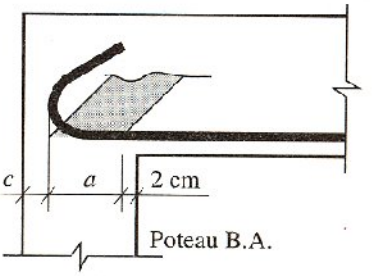


Fig. 10 Barre avec crochet

- **Profondeur d'appui prise en compte :**
suivant B.A.E.L. A.5.1, 313 (fig. 9 et 10).

6.2 Appui intermédiaire

L'effort tranchant V_u prend la valeur :
V_{ug} : à gauche de l'appui
V_{ud} : à droite de l'appui.

L'action verticale de l'appui intermédiaire est égale à :

$$R_u = |V_{ug}| + |V_{ud}|$$

La valeur du moment de flexion à l'état ultime sur l'appui est M_u.

Remarques (B.A.E.L. A.5.1, 321)

- *Le moment M_u, normalement négatif sur appui avec les conventions usuelles de signe, est pris en valeur algébrique.*
- *Pour V_u, il s'agit de la valeur (normalement positive) à droite de la ligne d'appui (voir fig. 4).*

Conditions prescrites

- **Profondeur minimale d'appui**
Pour chaque des travées adjacentes, il faut vérifier :

$$V_u \leqslant 0,267\,b_0 \,.\, a \,.\, f_{c28} \qquad \text{(id° à appui simple d'about)}$$

- **Contrainte moyenne de compression sur l'appui**

$$\sigma_{mb} = \frac{R_u}{b_0 \cdot a} \leqslant \frac{1,3 f_{c28}}{\gamma_b}$$

ou

$$\boxed{\sigma_{mb} \leqslant 0,867 f_{c28}} \qquad (12)$$

- **Section minimale d'armatures inférieures sur appui**

$$\boxed{A_s \geqslant \frac{\gamma_s}{f_e}\left(V_u + \frac{M_u}{0,9 d}\right)} \qquad (13)$$

EXEMPLE D'APPLICATION 6

Contrôles des conditions aux appuis de la poutre de l'exemple 1, vis-à-vis de l'effort tranchant.

Données complémentaires

- Section utile : 20 cm x 41 cm
- Aciers principaux inférieurs :
  f_e = 500 MPa
  A_s = 2 HA 20 (sur l'appui)
- Béton : f_{c28} = 30 MPa
- Appuis sur poteau B.A. de section :
  20 cm x 20 cm
- Enrobage : 3 cm
- Effort tranchant :
  V_u = 92 438 N
  $V_{u\,réd}$ = 85 266 N (cf § 5)

Contrôles

- Profondeur utile de l'appui :

$$a = 20 \text{ cm} - 3 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

(2 cm : B.A.E.L. fig. 9 ; 3 cm : enrobage ; 20 cm : côté du poteau)

- Profondeur minimale (formule 10) :

$$a \geqslant \frac{3,75 \times 0,092\,438 \text{ MN}}{0,20 \text{ m} \times 30 \text{ MPa}} = 0,058 \text{ m}$$

- Section minimale des aciers inférieurs prolongés sur appui :

$$A_s \geqslant \frac{1,15 \times 0,092\,438 \times 10^4}{500} = 2,13 \text{ cm}^2$$

On a 2 HA 20 $\longrightarrow$ 6,28 cm² > 2,13 cm²

7. Cas des dalles (B.A.E.L. A.5, 2)

Aucune armature d'effort tranchant n'est requise si :

- $\tau_u \leqslant \overline{\tau_u}$ (valeur limite)

avec

$$\boxed{\overline{\tau_u} = 0,07 f_{c28} / \gamma_b} \qquad (14)$$

- Pièce bétonnée sans reprise sur toute son épaisseur.

N.B. Valeur de τ_u faible dans le cas général.

EXEMPLE D'APPLICATION 7

Contrôle de τ_u pour dalle sur appuis simples.

Données

- Dalle de portée L = 4,20 m
- Épaisseur 18 cm ; d = 15 cm
- Matériaux : f_{c28} = 25 MPa
  f_e = 500 MPa
- Charges
  permanentes : 1 000 N/m²
  d'exploitation : 4 000 N/m²

Contrôle

- Valeur de l'effort tranchant :
  $V_u = (1,35\,g + 1,5\,q)\,L/2$ = 28 192 N
- Contrainte tangente conventionnelle :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} = 0,188 \text{ MPa}$$

- Contrainte tangente limite :

$$\overline{\tau_u} = 1,167 \text{ MPa} > 0,188 \text{ MPa}$$

Poutre rectangulaire soumise à la sollicitation d'effort tranchant

Données

- Section : 20 cm x 60 cm
- Hauteur utile : 55 cm
- Enrobage : 3 cm
- Portée entre appuis : 7,00 m
- Appuis : poteaux B.A., section 20 cm x 20 cm
- Matériaux

  béton : f_{c28} = 25 MPa
  aciers principaux : f_e = 500 MPa
  aciers transversaux à disposition :
  f_e = 215 MPa et f_e = 500 MPa
- Charges permanentes y compris poids propre de la poutre : g = 17 640 N/m
- Charges d'exploitation : q = 8 000 N/m
- Cas de fissuration préjudiciable
- Aciers principaux tendus

  section médiane : 5 HA 20 + 1 HA 16
  section d'appui : 3 HA 20

Étapes de l'étude

1° *Calcul de la contrainte tangente conventionnelle et contrôle :*

$$\tau_u \leqslant \overline{\tau_u}$$

2° *Détermination par le calcul des espacements des armatures transversales constituées par un cadre et un étrier.*

Option 1 : HA 6 Fe E 500
Option 2 : Ø 8 Fe E 215

Prise en compte de l'effort tranchant réduit et des dispositions constructives minimales.

3° *Vérifications à l'appui simple d'about :*
- profondeur minimale d'appui ;
- section minimale A_s.

1° Calcul de la contrainte tangente conventionnelle

- **Charge par mètre de poutre à l'E.L.U.**
  1,35 g + 1,5 q = 23 814 + 12 000 = 35 814 N/m
- **Effort tranchant V_u aux appuis**
  V_u = 35 814 x 3,5 = 125 349 N
  $V_{u\,réd}$ = 35 814 (3,50 – 0,60/2) = 114 600 N
- **Contrainte tangente conventionnelle**

$$\tau_u = \frac{V_{u\,réd}}{b_0 \cdot d} = \frac{0,114\,600}{0,20 \times 0,55} = 1,04 \text{ MPa}$$

- **Contrainte tangente limite ultime**
  Cas de fissuration préjudiciable :
  $\overline{\tau_u}$ = min (0,15 f_{c28} / γ_b ; 4 MPa)
  $\overline{\tau_u}$ = 2,5 MPa
  $\tau_u < \overline{\tau_u}$ vérifié.

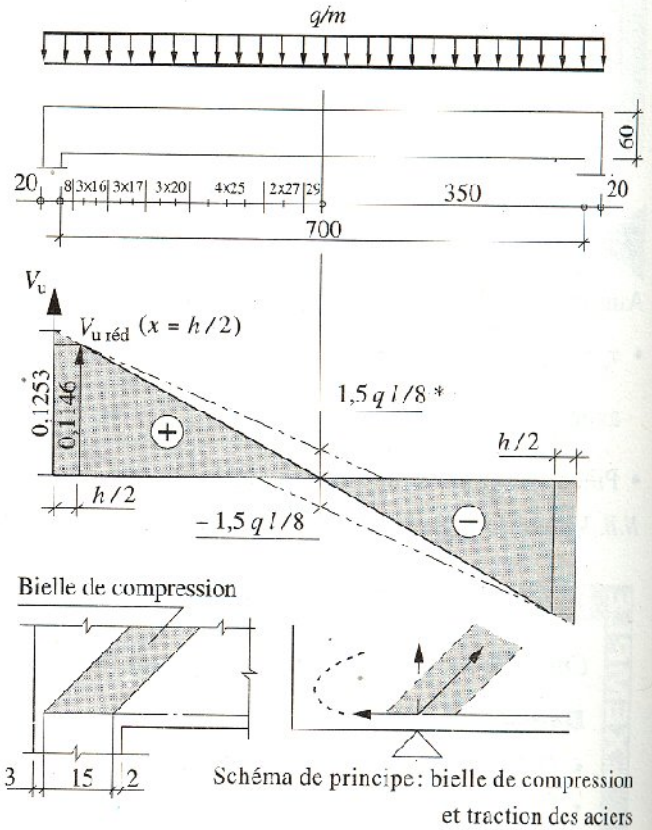


Schéma de principe : bielle de compression et traction des aciers

(*) Cette valeur (pour $x = l/2$) tient compte du diagramme enveloppe des efforts tranchants.

Fig. 11 Poutre sur deux appuis

2° Calcul des espacements des armatures transversales

Section d'armatures transversales

Option 1, acier Fe E 500 : 1 cadre HA 6 + 1 étrier HA 6 $\longrightarrow A_{t1} = 1{,}13 \text{ cm}^2 \longrightarrow s_{t1}$

Option 2, acier Fe E 215 : 1 cadre Ø 8 + 1 étrier Ø 8 $\longrightarrow A_{t2} = 2{,}01 \text{ cm}^2 \longrightarrow s_{t2}$

Dispositions constructives : $s_t \leqslant \min(0{,}9\,d\,;\,40 \text{ cm})$ et $s_t \leqslant \dfrac{A_t \cdot f_e}{0{,}4\,b_0}$, équivalant à : $s_t \leqslant 40 \text{ cm}$

Tableau de calcul des espacements (en cm)

Distance x du nu de l'appui (m)	V_u (MN)	$\tau_u = \dfrac{V_u}{b_0 \cdot d}$ (MN)	$s_t \leqslant \dfrac{0{,}9\,A_t \cdot f_e}{1{,}15\,b_0 \cdot \tau_u}$		Choix des s_{t2} (fig. 11)
			s_{t1} $f_e = 500$ MPa	s_{t2} $f_c = 215$ MPa	
$x = h/2$	0,114 605	1,042	21,1	16,2	16 x 3
0,50	0,107 442	0,976	22,6	17,3	17 x 3
1,00	0,089 535	0,814	27,2	20,8	20 x 3
1,50	0,071 628	0,651	33,9	26,0	25 x 2
2,00	0,053 721	0,448	40	37,8	25 x 2
2,50	0,035 814	0,326	40	40	27 x 2
3,00	0,017 907	0,163	40	40	29 x 1

3° Vérifications à l'appui simple d'about

- **Profondeur minimale d'appui**

La limitation de la contrainte de compression dans la bielle d'appui implique la condition :

$$a \geqslant \frac{3{,}75\,V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \quad \text{(formule 10)}$$

$$a \geqslant \frac{3{,}75 \times 0{,}125\,349}{0{,}20 \times 25} = 0{,}094 \text{ m}$$

Cette condition est satisfaite :

$a = 15 \text{ cm} > 9{,}4 \text{ cm}$

- **Section minimale des aciers tendus prolongés sur appui**

$$A_s \geqslant \frac{1{,}15\,V_u}{f_e} \quad \text{(formule 11)}$$

Valeur de la section minimale :

$$A_s \geqslant \frac{1{,}15 \times 0{,}125\,349 \times 10^4}{500} = 2{,}88 \text{ cm}^2$$

Cette condition est satisfaite :

3 HA 20 $\longrightarrow A_s = 9{,}42 \text{ cm}^2 > 2{,}88 \text{ cm}^2$

16 Micro-projet Bâtiment

Ce chapitre a pour but de familiariser l'étudiant à l'étude globale d'un ensemble d'éléments d'une structure porteuse classique.

Il concerne le *calcul d'ouvrages élémentaires:* semelles, poteaux, poutres et planchers. L'application proposée est un *bâtiment courant* dont les planchers supportent une *charge d'exploitation modérée.*

- Il s'agit *d'exploiter les connaissances* acquises dans les chapitres précédents pour:
  – le *calcul des sollicitations* (effort normal, moment de flexion, effort tranchant, etc.);
  – la *détermination des sections d'armatures* sous l'effet des sollicitations de calcul (N_u, M_{ser}, M_u, V_u);
  – les *dispositions constructives réglementaires* et justifications diverses vis-à-vis des sections béton acier, les zones d'appui, etc.
- La *première partie* du chapitre fait l'objet de l'étude classique "semelles-poteaux- poutres rectangulaires ou en Té."
- La *seconde partie* traite du calcul des dalles sur appuis continus:
  – 1er cas: panneaux longs uniformément chargés;
  – 2e cas: panneaux dont le rapport des portées est tel que:

$$0,4 \leq \frac{l_x}{l_y} \leq 1$$

1. Étude demandée

Le bâtiment à étudier est représenté schématiquement sur le plan de coffrage de la figure 1, complété par une coupe verticale de principe au voisinage du poteau P_2.

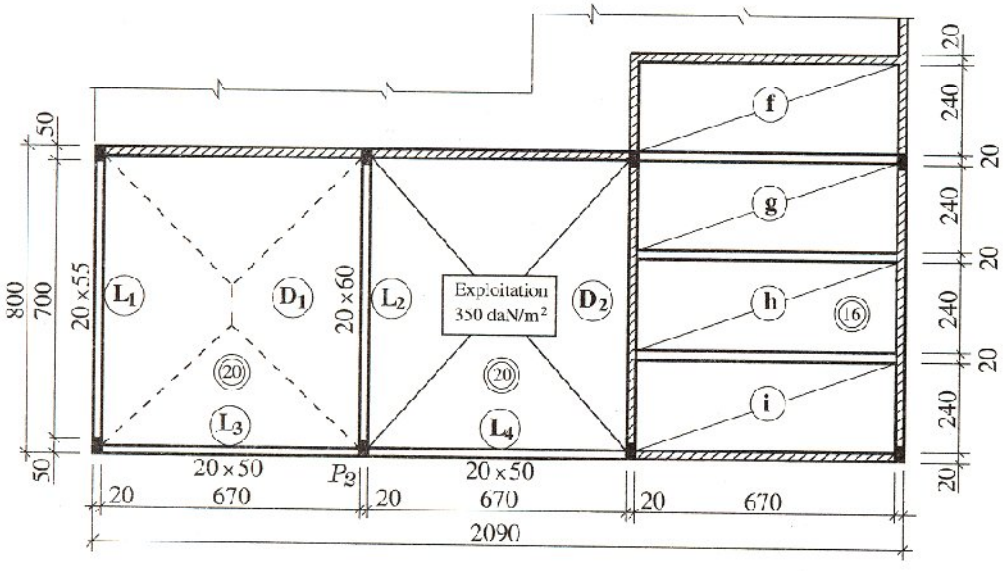


Fig. 1 Plan de coffrage, plancher haut du rez-de-chaussée

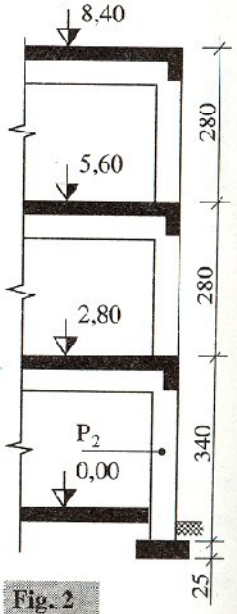


Fig. 2 Coupe de principe au voisinage de P_2

1.1 Éléments de construction à justifier

On demande de calculer les éléments de construction mentionnés ci-après :

- Poutre L_1 (20 x 55) située en rive, à section rectangulaire
- Poutre L_2 (20 x 60) intérieure, à section en Té
- Poteau P_2 (20 x 50) situé en rive
- Semelle S_2 fondation à section rectangulaire sous P_2
- Dalles f-g (2,40 x 6,70) en continuité, portant dans un seul sens
- Hourdis D_1-D_2 (6,70 x 7,00) en continuité sur L_2, portant dans deux sens

1.2 Données complémentaires

Objet		Thème d'application	Données
Actions	permanentes	• Poids spécifique des éléments B.A.	2 500 daN/m^3
		• Planchers type dalle pleine reposant sur murs, poutres et poteaux, coulés en place sans reprise de bétonnage	
		Épaisseur : pour D_1 et D_2	20 cm
		pour f, g, h, i	16 cm
		• Façades en éléments légers préfabriqués	120 daN/m
	variables	• Charges d'exploitation : niveau courant	350 daN/m^2
		terrasse	100 daN/m^2
Matériaux	béton	• Résistance spécifiée en compression à 28 jours	25 MPa
	aciers	Type I $\eta = 1,6$; $\psi_s = 1,5$ (HA)	Fe E 500 HA
		$\eta = 1$; $\psi_s = 1$ (lisse)	Fe E 235
Fissuration		• Éléments intérieurs (tels que dalles et poutre L_2)	Peu préjudiciable
		• Éléments au contact avec l'extérieur (poutre L_1 et semelle S_2 en particulier)	Préjudiciable
Poteau P_2		• N'assure aucun contreventement • Mise en charge après 90 jours	Compression centrée
Sol		• Contrainte limite de compression E.L.S. : $\overline{\sigma_s}$	1,5 MPa

2. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des matériaux

2.1 Contraintes limites sous sollicitations normales de flexion

Valeurs caractéristiques	(MPa)	Matériaux	E.L.S.	(Mpa)	E.L.U.R.	(MPa)	γ
Compression f_{c28}	25	Béton	$\overline{\sigma_{bc}} = 0,6 f_{c28}$	15	$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$	14,17	1,5
Traction $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28}$	2,1						
Limite élastique f_e	500	Acier	$\overline{\sigma_{st}}$ * $= \inf\left(\frac{2}{3} f_e ; 110\sqrt{\eta f_{tj}}\right)$	201,63	$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$	434,8	1,15

* en fissuration préjudiciable.

2.2 Contraintes limites sous sollicitations tangentes dues à V_u

Justification	Application	Contrainte limite	(MPa)
Cisaillement de l'âme	Fissuration peu préjudiciable	$\overline{\tau_u} = \inf\left(0,2\frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5\text{ MPa}\right)$	3,33
	Fissuration préjudiciable	$\overline{\tau_u} = \inf\left(0,15\frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 4\text{ MPa}\right)$	2,5
Adhérence	Ancrage	$\overline{\tau_{su}} = 0,6\,\Psi_s^2 f_{t28}$	2,835
	Entraînement	$\overline{\tau_{se,u}} = \Psi_s f_{t28}$	3,15

Première partie: poutres, poteau, semelle

3. Calcul des éléments porteurs

3.1 Étude de la poutre de rive L_1

- Situation: rive, fissuration préjudiciable, calcul à l'E.L.S. a priori.
- Section: 20 x 55; la situation impose le calcul en section rectangulaire.
- Distance entre mur d'appuis: 7,00 m (poutre ISO).
- Longueur d'appui: 50 cm.
- La figure 3 met en évidence des charges de type:
  - uniformes réparties,
  - triangulaires.
- Le triangle supérieur est pris en compte par simplification et sécurité.

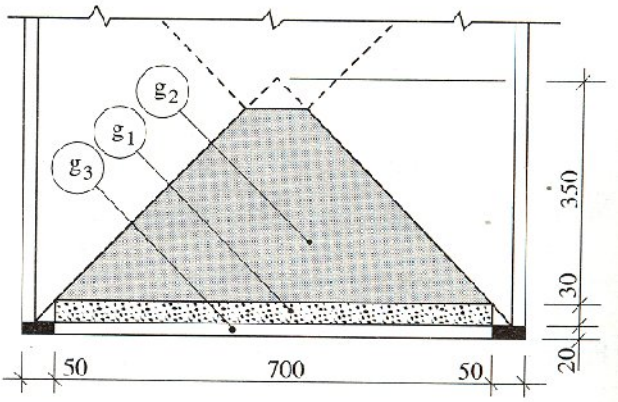


Fig. 3 Poutre de rive L_1

3.1.1 Calcul des sollicitations

On utilise les conventions suivantes: Type R, charge uniforme g, $M_c = gl^2/8$; $V(0) = gl/2$

Type T, charge triangulaire g, $M_c = gl^2/12$; $V(0) = gl/4$

Actions	Origine	Type	Intensité (daN/m)	$M_{centré}$ (daNm)	V_{appui} (daN)
permanentes G	Dalle	R	$g_1 = 0,2 \times 0,3 \times 2\,500 = 150$	918,75	525
		T	$g_2 = 0,2 \times 3,5 \times 2\,500 = 1\,750$	7 145,83	3 062,5
	Poutre	R	$g_3 = 0,2 \times 0,55 \times 2\,500 = 275$	1 684,4	962,5
	Façade	R	$g_4 = 120$	735	420
			Total	$M_G = 10\,484$	$V_G = 4\,970$
variables Q	Charges d'exploitation sur dalle q_B	R	$q_{B1} = 0,3 \times 350 = 105$	643,13	367,5
		T	$q_{B2} = 3,5 \times 350 = 1\,225$	5002,08	2 143,8
			Total	$M_Q = 5\,645,2$	$V_Q = 2\,511,3$
Total E.L.S.: $G + Q$			($\gamma = 1,402$)	$M_{ser} = 16\,129,2$	
E.L.U.R.: $1,35G + 1,5\,Q$				$M_u = 22\,621,2$	$V_u = 10\,476,5$

3.1.2 Armature longitudinale à mi-portée (calcul E.L.S.)

N.B. Les calculs s'effectuent à l'E.L.S. car la fissuration est préjudiciable.

Méthode par tableau (cf. chap. 12, § 8.2)

$M_{ser} = 0{,}161\,292$ MNm
$\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}} = 201{,}63$ MPa
a priori $d = 50$ cm, $\mu_s = 0{,}015\,99$
$\mu_s < \mu_{slim} = 0{,}016\,2$ (Annexe 3)

Lecture tableau (Annexe 5)

μ_s	K	μ_b	α_1	β_2	$100\,\rho$
0,016	13,55	0,216 7	0,525	0,824 8	1,940

Contrainte béton : $\sigma_{bc} = \dfrac{\sigma_{st}}{K} = 14{,}9$ MPa

$A_s = \rho\, bd = 19{,}4$ cm^2

Choix initial de 4 HA 25 (19,63 cm^2)

Contrôle	$\varnothing_t = 8$ mm ; $\varnothing_L = 25$ mm ; $c = 3$ cm $d_{réel} = 48{,}7$ cm < 50 cm initial
Conséquence	$\sigma_{bc} > \overline{\sigma_{bc}} = 15$ MPa

Solutions possibles

- **Solution 1:** sans aciers comprimés

Modalités
$\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}} = 15$ MPa $\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}}$

- **Solution 2:** avec aciers comprimés

Modalités
$\sigma_{bc} = \sigma_{bc} = 15$ MPa $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}} = 201{,}63$ MPa

Complément au chapitre 12

Choix de la solution 1 ($A'_s = 0$ et $\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}}$)

Méthode tableau

$\mu_b = \dfrac{M_{ser}}{b\,d^2\,\overline{\sigma_{bc}}} = 0{,}226\,7$; $d = 48{,}7$ cm

$\begin{cases} K = 11{,}94 \\ \beta_1 = 0{,}814\,4 \\ \rho\,\% = 2{,}33 \end{cases}$

$\rightarrow A_s = \rho\, b\, d = 22{,}7$ cm^2

Choix final : 4 HA 25 + 2 HA 14 (22,71 cm^2)

Le contrôle par ordinateur présenté à l'E.L.S. justifie ce choix. A l'E.L.U.R., $M_u = 0{,}266$ MNm

Calcul par ordinateur

Détermination de A_s

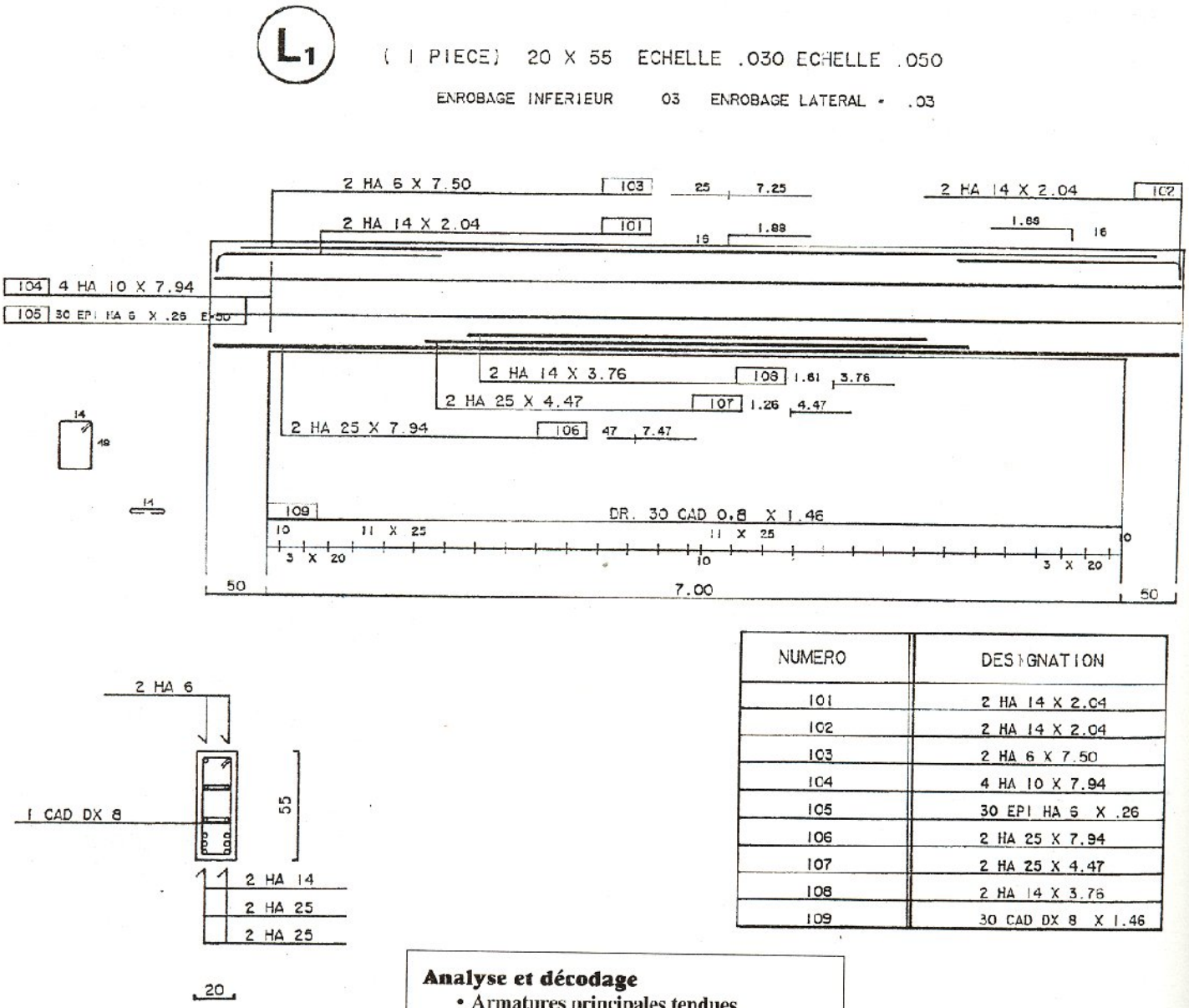
```
* ELS * INITIATION SECT.RECTANGULAIRE *

* Section (cm)  Largeur b :? 20
                H.utile d :? 50
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 25
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
           (NP=0,P=1,TP=2):? 1

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.161292
* Moment resist.beton M1  = .163 MNm

* Armature: -approchee A s= 19.41 cm2
           -calculee  A s= 19.4 cm2
  Detail des calculs  (A's= 0)
  Mus = .016          Alphai= .5255
  Mub = .2167         Betai = .8248
  K   = 13.55         Rho % = 1.9396
  Hauteur(cm) Contrainte(MPa)Limite
  Yi  = 26.27    14.89  Beton  15
  Zi  = 41.24    201.63 Acier  201.63
```

Vérification finale

```
* E.L.S.* SECTIONS B.A. RECTANGULAIRES

* Section (cm)  Largeur b :? 20
                H.utile d :? 48.7
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 25
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
           (PN=0,P=1,TP=2):? 1

* Calcul=1 Verif=2 Run=3 Fin=4 Choix:?

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.161292

* Aciers tendus (cm2)  A s:? 22.71
        comprimes      A's:? 0

* Contraintes       calcul * limite
     (MPa)      Bbc 15        15
* yi= 27.12 cm Sst 179.07     201.63
```

3.1.3 Plan d'armatures

Le plan d'armatures est tracé en D.A.O. (fig. 4) à partir du logiciel SIFRA.



NUMERO	DESIGNATION
101	2 HA 14 X 2.04
102	2 HA 14 X 2.04
103	2 HA 6 X 7.50
104	4 HA 10 X 7.94
105	30 EPI HA 6 X .26
106	2 HA 25 X 7.94
107	2 HA 25 X 4.47
108	2 HA 14 X 3.76
109	30 CAD DX 8 X 1.46

Analyse et décodage

- **Armatures principales tendues**
  1er lit: 2 HA 25 ; $L = 794$ cm
  Longueur sur l'appui 47 cm
  2e lit: 2 HA 25 ; $L = 447$ cm
  placés à partir de 126 cm
  du nu de l'appui gauche
  3e lit: 2 HA 14 ; $L = 376$ cm
  placés à partir de 161 cm
  du nu de l'appui gauche
- **Chapeaux d'extrémités**
  2 HA 14 ; $L = 204$ cm
- **Aciers de montage-assemblage**
  2 HA 6 ; $L = 750$ cm
- **Armatures transversales**
  30 cadres droits ($\alpha = 90°$) en Ø 8
  Fe E 235 ; $L = 146$ cm
- **Aciers de peau**
  4 HA 10 ; $L = 794$ cm
  Épis transversaux en HA 6 ; $L = 26$ cm
  30 épis espacés de 50 cm

Fig.4 Plan d'armatures de la poutre de rive L_1

3.1.4 Justification des armatures à l'appui (cf chap. 15)

Armatures longitudinales

$V_u = 0{,}104\,765$ MN.

Minimum requis pour les aciers longitudinaux : $A_s \geqslant \dfrac{V_u}{f_{su}}$

$A_{s\,min} = 2{,}41$ cm^2. On retient 2 HA 25 filant soit 9,82 cm^2.

Armatures transversales (cf. fig. 2)

- Contrainte tangente conventionnelle de l'âme :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0\, d} = 1{,}048 \text{ MPa} < 2{,}5 \text{ MPa, vérifié.}$$

On peut donc disposer des armatures droites.
Nous choisissons 1 cadre Ø 8 (2 brins), $A_t = 1{,}01$ cm^2

- Dispositions constructives minimales réglementaires :

$$\varnothing_t = 8 \text{ mm} \leqslant \inf\left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \varnothing_L\right) = \inf\left(\frac{550}{35}; \frac{200}{10}; 25\right) = 15{,}7 \text{ mm}$$

$$\left.\begin{array}{l} s_t \leqslant \inf(0{,}9\,d;\ 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm} \\ s_t \leqslant \dfrac{A_t f_e}{0{,}4\, b} = \dfrac{1{,}01 \times 235}{0{,}4 \times 20} = 29{,}7 \text{ cm} \end{array}\right\} \text{ soit } s_t \leqslant 29 \text{ cm}$$

- Espacement calculé à l'appui :

$$s_t \leqslant \frac{0{,}9\, A_t f_e}{1{,}15\, b\, (\tau_u - 0{,}3\, k f_{tj})} = 22{,}2 \text{ cm} \quad (\text{avec } K = 1)$$

On choisit un espacement de 20 cm à l'appui.

Calcul par ordinateur
(cf. chap. 15)

```
* POUTRE B.A. * EFFORT TRANCHANT * ELU *

* Materiaux   (MPa) Beton  Fcj:? 25
                   Acier  Fe :? 235
* Fissuration (PN=0,P=1,TP=2):? 1
* Reprises de betonnage  (0/1):? 0
* Section  1=Rect. 2=Té  (1/2):? 1
* Ame          (cm)  Largeur   b :? 20
                     H.utile   d :? 50
* Effort Tranchant    (MN)   Vu:? 0.104765

* Tu  | Tu45 | Tu90 |  Tu  | Verif
  (MPa)| 4.50 | 2.50 | 1.05 < Tu90

* Cadres a 90°          At/St= 4.54 cm2/m
        Section (cm2) At:? 1.01
* Ecart. Maxi 29.7 cm  St = 22.2 cm
* Appui  Moment (MNm) MuA:? 0
        a> 7.9  cm     As> 5.13 cm2
```

Remarque: *la règle d'espacement de Caquot ne peut être utilisée qu'avec des charges uniformément réparties. Les espacements intermédiaires doivent être calculés avec $V_u(x)$ en respectant $s_t \leqslant 29$ cm.*

3.1.5 Justification de la bielle d'appui et de l'ancrage

- La compression dans la bielle impose une longueur d'appui :

$$a_{min} \geqslant \frac{3{,}75\, V_u}{b_0\, f_{cj}} = 7{,}9 \text{ cm} \qquad (a_{réel} > a_{min})$$

- Ancrage des barres HA 25 traversant l'appui :

$l_s = \dfrac{\varnothing}{4} \cdot \dfrac{f_e}{\tau_{su}} = 110{,}23$ cm, donc nécessité d'un ancrage par crochet.

Un crochet "normal" nécessite une longueur $l_a = 0{,}4 \times l_s = 44{,}1$ cm.
Ce type d'ancrage convient car la longueur d'appui de 50 cm est suffisante.

3.1.6 Condition de non-fragilité

$$A_{s\,min} = 0{,}23\, b\, d \frac{f_{tj}}{f_e} = 0{,}23 \times 20 \times 50 \times \frac{2{,}1}{500} = 0{,}97 \text{ cm}^2, \text{ toujours vérifié.}$$

3.2 Étude de la poutre intérieure L_2

Situation : – poutre intérieure, isostatique appuyée à ses extrémités ;
– plancher à 2 travées en continuité prenant appui intermédiaire sur L_2 ;
– évaluation des charges majorée forfaitairement par coefficient 1,15 (B.A.E.L. B.6.2).

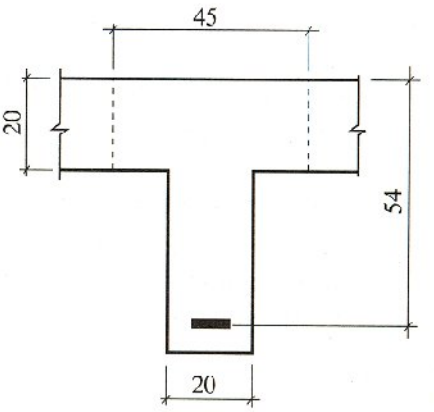


Fig. 5 Section de la poutre L_2.

3.2.1 Calcul des sollicitations

Les calculs s'effectuent à l'E.L.U.R. car la fissuration est peu préjudiciable.
La répartition des chargements (cf. fig. 1) induit les effets suivants :

Actions	Origine	M au centre (daNm)		V_{appui} (daN)
permanentes G	Dalle + poutre	17 967		8 225
variables Q	Exploitation q_B	11 719,3		5 267,5
Sollicitations de calcul (majoration 1,15)	E.L.S.	M_{ser} = 34 139	γ = 1,409	
	E.L.U.R.	M_u = 48 110		V_u = 21 856

3.2.2 Largeur b de la table de compression

On choisit d = 54 cm et b = 45 cm. Le moment que peut équilibrer la table seule est $M_{tu} = b\,h_0\left(d - \frac{h_0}{2}\right)f_{bu} = 56\,113$ daNM $> M_u$

Ce résultat indique que seule la table est comprimée et que le calcul s'effectue en section rectangulaire.

3.2.3 Armature longitudinale à mi-portée

- Calcul par ordinateur
- Détermination E.L.U.R.

γ	μ_{bu}	$\mu_{critique}$
1,41	0,249 4	< 0,273 9

Choix d'armatures :
5 HA 25 soit 24,54 cm²

- Vérification E.L.S.

3.2.4 Armatures à l'appui

- $A_s \geqslant \dfrac{V_u}{f_{su}} = 5{,}03$ cm²
  On retient 2 HA 25 filants.
- $A_t = 1{,}01$ cm² (1 cadre ∅ 8)
- $\tau_u = \dfrac{V_u}{b_0\,d} = 2{,}02 < 3{,}33$ MPa
- $\left.\begin{array}{l} s_t \leqslant 29 \text{ cm} \\ \varnothing_t = 8 \text{ mm} < h/35 \end{array}\right\}$ mini

Calcul par ordinateur

Détermination ↓ Vérification →

```
* E.L.U.R. *  SECTIONS B.A.  EN  TE  *

* Section (cm)  Largeur b :? 45
                H.utile d :? 54
                Nervure b0:? 20
                H.table h0:? 20
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 25
                Acier Fe  :? 500

* Calcul=1 Verif=2 Chgt=3 Fin=4 choix:1

* Moment agisst.(MNm) Mu  :? 0.4811
* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.34139
                      Gamma= 1.409
* Moment resist.table Mbtu= .561 MNm
* Moment limite       Ml  = .619 MNm
* Calcul en section rectangulaire

* Armature   tendue    A s= 24.18 cm2
* Minimum (N.fragilite) As> 1.25 cm2
```

```
* E.L.S. *  SECTIONS B.A.  EN  TE

* Section (cm)  Largeur b :? 45
                H.utile d :? 54
                Nervure b0:? 20
                H.table h0:? 20
* Materiaux
          (MPa) Beton Fc28:? 25
                Acier Fe  :? 500
* Fissuration          Eta :? 1.6
          (PN=0,P=1,TP=2):? 0

* Calcul=1 Verif=2 Chgt=3 Fin=4 choix:2

* Moment agisst.(MNm) Mser:? 0.34139

* Aciers tendus (cm2)  A s:? 24.54
       comprimes        A's:? 0

* Contraintes  ELS calcul * limite
     (MPa)      Sbc 14.47    15
  y1= 22.71 cm  Sst 298.95
*              ELUR      (MNm)
  yu= 20.92 cm      Mru= .4869
```

• Espacement calculé :

$$s_t \leq \frac{0,9\, A_t\, f_e}{1,15\, b\, (\tau_u - 0,3\, k\, f_{tj})} = 6,7 \text{ cm} \quad (\text{avec } f_e = 235 \text{ MPa et } K = 1).$$

On choisit un espacement de 6,5 cm à l'appui. L'espacement des cadres à mi-portée est de 25 cm.

3.2.5 Autres justifications

Mêmes conclusions qu'aux paragraphes 3.1.4 à 3.1.6.

3.3 Étude du poteau P_2

• Situation : poteau de rive d'un bâtiment contreventé par des pans verticaux, compression supposée centrée.
• Justification : calcul du tronçon inférieur le plus sollicité, encastré sur la semelle S_2.

3.3.1 Calcul des sollicitations

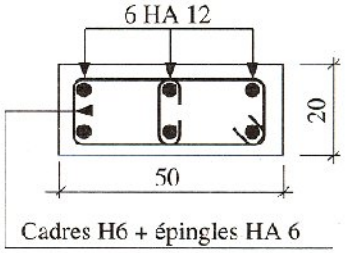
Le tableau qui suit indique les charges transmises à P_2 au niveau haut de chaque plancher.

Niveau n°	Charges permanentes	G (daN)	Charges d'exploitation Q_B (daN)	$N_u = 1,35\, G + 1,5\, Q_B$ (daN)
2	• Dalle-terrasse (6,90 × 4,00 = 27,6 m²) 0,2 × 27,6 × 2 500 • Retombées de poutres L_2 : 0,4 × 0,2 × 3,50 × 2 500 L_3, L_4 : 0,3 × 0,2 × 6,70 × 2 500 • Façades 6,70 × 120 • Poteau 0,2 × 0,5 × 2,80 × 2 500	13 800 700 1 005 804 700	Terrasse non accessible (q_B = 100 daN/m²)	
		G_2 = 17 009	Q_2 = 2 760	27 102,15
1	idem	G_1 = 17 009	(q_B = 350 daN/m²) Q_1 = 9 660	37 452,15
0	idem sauf poteau (H = 3,40m)	G_0 = 17 159	Q_0 = 9 660	37 654,65
			Total	102 209 daN

• Majoration de 15 % (poteau intermédiaire),
soit N_u = 1,15 × 102 209 = 117 540 daN
• Longueur de flambement :
$l_f = 0,7\, l_0 = 2,38$ m (poteau ancré sur fondation)
• Élancement : $\lambda = 2\sqrt{3}\, \dfrac{l_f}{a} = 41,22 < 50$
• Le poteau P_2 peut être justifié par la méthode forfaitaire ($\lambda < 70$, compression "centrée").

3.3.2 Calcul des armatures (méthode forfaitaire B.8.4)

• Les résultats sont fournis par la sortie informatique ci-contre.
• Choix des barres
longitudinales : 6 HA 12, soit 6,79 cm²
transversales : $\varnothing_t$ = 6 mm ($> \varnothing_L/3$)
s_t = 18 cm ($15\, \varnothing_L$)
soit : 1 cadre + 1 épingle Ø6



Cadres H6 + épingles HA 6

Fig. 6
Section du poteau

Calcul par ordinateur

```
* POTEAUX DE BATIMENTS * Art.B.8.4 *

* Materiaux      Fc28 (MPa): ? 25
                 Fe   (MPa): ? 500
* Flambement     Lf   ( m ): ? 2.38
* Section      1.Rectangle
               2.Cercle  1/2 ? 1
* Rectangle a<b    a   (cm): ? 20
                   b   (cm): ? 50
* Charge ultime    Nu  (MN): ? 1.1754
      > Nu/2  a  J (jour): ? 90

* Armatures        As mini = 5.6    cm2

* Details          Lambda  = 41.22
                   Alpha   = .665
  B = 1000   cm2   Br      = 864    cm2
                   A theor = 3.83   cm2
  U = 1.4    m     A ( 4u) = 5.6    cm2
                   A (.2%) = 2      cm2
```

3.4 Étude de la semelle S_2

- Situation : – supporte les charges transmises par le poteau P_2 axialement ;
  – fissuration préjudiciable.
- Justification : calcul en semelle isolée rigide à section rectangulaire et homothétique.

3.4.1 Calcul des sollicitations

- Dimentionnement effectué à l'E.L.S. en prenant les charges G et Q majorées de 15 % au-dessus du niveau de S_2, soit :

$$\left.\begin{aligned} G_{maj} &= 51\,177 \times 1{,}15 = 58\,853{,}55 \text{ daN} \\ Q_{maj} &= 22\,080 \times 115 = 25\,392 \text{ daN} \end{aligned}\right\} N_{ser} = (G+Q)_{maj} = 84\,245{,}22 \text{ daN}$$

- Détermination des armatures à l'E.L.U.R. :

$$N_u = (1{,}35\,G + 1{,}5\,Q)_{maj} = 117\,540 \text{ daN}$$

3.4.2 Dimensionnement et contrôle de la contrainte au sol

- Section minimale :

$$S_{min} = \frac{N_{ser}}{\overline{\sigma_s}} = \frac{0{,}84\,245}{1{,}5} = 0{,}562 \text{ m}^2$$

- Coefficient d'homothétie : $\lambda = \sqrt{\dfrac{S_{min}}{a\,b}} = 2{,}37$,
  soit $A \simeq \lambda a = 47{,}4$ cm
  $B \simeq \lambda b = 118{,}5$ cm
  Nous choisissons (fig.7) : $A = 50$ cm et $B = 115$ cm
  $(S = 0{,}5 \times 1{,}15 = 0{,}575 \text{ m}^2 > S_{min})$

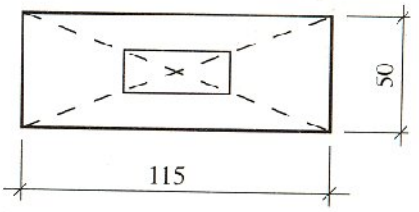


Fig. 7 Dimensions de la semelle

- Condition de rigidité imposant la hauteur :

$$h > \sup\left(\frac{B-b}{4}; \frac{A-a}{4}\right) + 5 \text{ cm} = \frac{115-50}{4} + 5 = 21{,}25 \text{ cm}$$

  Nous choisissons $h = 25$ cm.

- Contrôle de la contrainte normale σ_s
  Poids propre S_2 : $0{,}25 \times 0{,}50 \times 1{,}15 \times 2\,500 = 359{,}4$ daN
  $N_{ser} = 84\,245{,}2 + 359{,}4 = 84\,605$ daN

$$\sigma_s = \frac{N_{ser}}{A \cdot B} = \frac{0{,}84\,605}{0{,}5 \times 1{,}15} = 1{,}471 \text{ MPa} < 1{,}5 \text{ MPa}$$

3.4.3 Armatures longitudinales suivant la méthode des bielles (calcul à l'E.L.U.R.)

Nous choisissons $d_1 = d_2 = h - 5 = 20$ cm

- Sens x (parallèlement au petit côté)

$$A_x = \frac{N_u\,(A-a)}{8\,d\,f_{su}} = 10{,}98 \text{ cm}^2$$

- Sens y

$$A_y = \frac{N_u\,(B-b)}{8\,d\,f_{su}} = 5{,}07 \text{ cm}^2$$

- Majoration de 10 % en fissuration préjudiciable (article 2.34 du D.T.U. 13.12), soit : $A_x = 1{,}10 \times 10{,}98 = 12{,}08$ cm^2
  $A_y = 1{,}10 \times 5{,}07 = 5{,}58$ cm^2

Calcul par ordinateur (*)

```
* SEMELLES DE FONDATIONS * DTU 13.12 *

* Armatures      Fe   (MPa): ? 500
* Sol            Sigs (MPa): ? 1.5
* Semelle  1.Isolee
          2.Continue (1/2): ? 1
  Arrondi  sur A et B  (cm): ? 5

* Poteau   a<b     a  (cm): ? 20
                   b  (cm): ? 50
* Charges centrees
   - permanentes    G  (MN): ? 0.5885355
   - variables      Q  (MN): ? 0.25392

* Predimensionnement A     B     H
   - Minimum  (cm)  47.5  118.7  22.2
   - Arrondi  5     50    115   25

* Contrainte sol    Sigma= 1.471  MPa
* Approx.As // a B  Ay   = 10.98  cm2
  (d=H-5cm) // a A  Ax   = 5.07   cm2
```

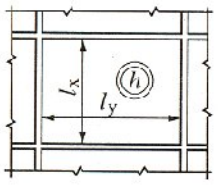
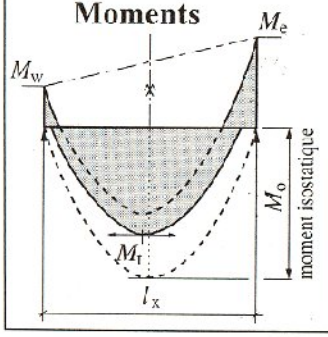
(*) prédimensionnement automatique en fonction de a, b et $\overline{\sigma_s}$.

Seconde partie: dalles

4. Calcul des panneaux de dalles rectangulaires sous chargement modéré uniforme

Il s'agit de panneaux reposant sur des appuis continus et supportant un chargement uniformément réparti sur leur surface. Ils sont justifiés essentiellement à la flexion.

Notations

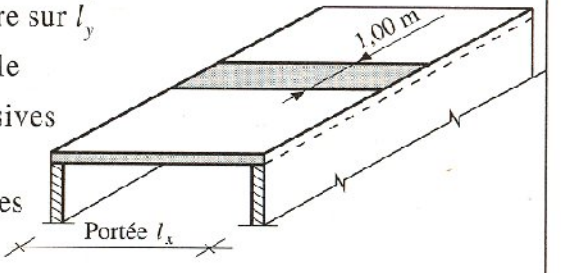
Géométrie 	Portées entre murs d'appuis : l_x : petite portée l_y : grande portée } $l_x \leq l_y$ h : épaisseur (faible devant l_x et l_y)
Moments 	M_0 : moment isostatique évalué au centre (dalle simplement appuyée) M_t : moment en travée M_w : moment sur appui de gauche } moments tenant compte des continuités et du sens x ou y M_e : moment sur appui de droite

Méthodes utilisées suivant le rapport l_x / l_y

Appuis continus sur	l_x / l_y	B.A.E.L.	Méthodes de calcul	
			M_0	M_t, M_w, M_e
2 côtés		A8.2 et Annexe E1	Panneaux longs uniformément chargés (calcul dans le sens porteur l_x)	Méthode forfaitaire (annexe E1) si $Q_B < \inf(2G; 5\,000\ N/m^2)$
4 côtés	$l_x/l_y < 0,4$			
	$0,4 \leq l_x/l_y \leq 1$	Annexe E3	Panneaux de hourdis rectangulaires calculés dans les sens l_x et l_y	Procédés de calcul approché A.8.2, 32

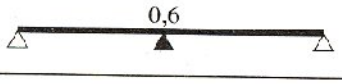
4.1 Panneaux de dalles portant dans un seul sens ($l_x / l_y < 0,4$)

4.1.1 Application de la méthode forfaitaire (B.A.E.L. annexe E1)

Notations	Conditions d'application
l_x : portée entre nus d'appuis b = 1m suivant l_y $\alpha = \dfrac{Q_B}{G + Q_B}$ M_{0x} : moment iso au milieu de l_x M_t : moment en travée M_a : moment sur appuis	• Calcul dans le sens l_x uniquement pour une bande de largeur unitaire sur l_y • Fissuration peu préjudiciable • Rapport des portées successives compris entre 0,8 et 1,25 • Inerties des travées identiques
Remarques: tous les moments sont pris en valeur absolue.	

4.1.2 Évaluation des moments M_w, M_e et M_t

On choisit les moments M_w et M_e en fonction de M_0, puis on détermine les moments M_t qui respectent les inégalités suivantes :

Travée	$M_t + \dfrac{M_w + M_e}{2} \geqslant \sup(1 + 0{,}3\,\alpha ;\ 1{,}05)\, M_0$		
M_t	Travée de rive	$M_t \geqslant \left(\dfrac{1{,}2 + 0{,}3\,\alpha}{2}\right) M_0$	
	Travée inter.	$M_t \geqslant \left(\dfrac{1 + 0{,}3\,\alpha}{2}\right) M_0$	
Appuis $\dfrac{M_a}{M_0} \geqslant$	2 travées 	3 travées	4 travées et plus

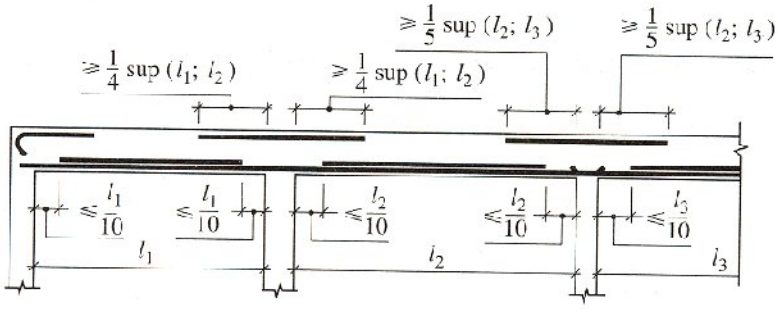
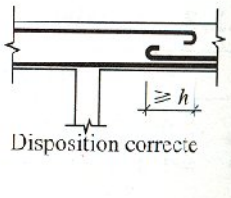
Remarques: de part et d'autre de chaque appui intermédiaire, on retient la plus grande des valeurs absolues des moments évalués à gauche (M_w) et à droite (M_e) de l'appui considéré.

4.1.3 Calcul des armatures

- Calcul en flexion sens l_x : A_x
- Armatures forfaitaires sens l_y : $A_y = A_x / 4$

4.2 Autres prescriptions réglementaires concernant les dalles

Les principales indications sont résumées dans le tableau suivant :

Armatures principales	Calcul de A_x et A_y en flexion (diamètre maxi $\varnothing = h / 10$)			
Pourcentages minimaux (B.7.4)	Sens y : $\rho_y \geqslant \rho_0$ Sens x : $\rho_x \geqslant \rho_0 \dfrac{3 - l_x / l_y}{2}$	$\rho_0 = \dfrac{A}{b\,h}$ { 1,2 ‰ : Fe E 215, Fe E 235 lisses 0,8 ‰ : Fe E 400, TS lisses $\varnothing > 6$ mm 0,6 ‰ : Fe E 500, TS lisses $\varnothing \leqslant 6$ mm		
Bonne construction	$A_y \geqslant \dfrac{A_x}{4}$	Écartement maxi entre barres	sens x	inf (3 h ; 33 cm)
			sens y	inf (4 h ; 45 cm)
Arrêt de barres (E.1.3)				
Armatures transversales (A.5.2, 2)	Aucune n'est requise si $\tau_u < \overline{\tau_u}$ $\tau_u = \dfrac{V_u}{b\,d}$; $\overline{\tau_u} = 0{,}07 \dfrac{f_{cj}}{\gamma_b}$ b : largeur unité (1 m)	V_u maxi au milieu de l_y $V_u = \dfrac{p_u \cdot l_x \cdot l_y}{2\,l_x + l_y}$ p_u : chargement surfacique (E.L.U.R.)		

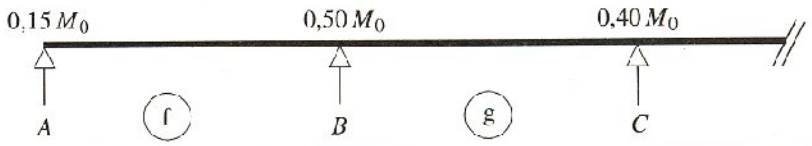
4.3 Applications: calcul des panneaux de dalles f - g

4.3.1 Situation
Méthode de calcul

N.B. On se reportera à la figure 1.

Situation	Méthode de calcul
• Fissuration peu préjudiciable	• Calcul E.L.U.R.
• Travées de mêmes portées (l = 2,40 m)	
• Rapport des côtés : $l_x / l_y = \frac{2,40}{6,70} = 0,358 < 0,4$	• Calcul dans le sens l_x uniquement
• Actions : G = 0,16 x 2 500 = 400 daN/m² Q = Q_B = 350 daN/m² donc Q_B < inf ($2G$; 500 daN/m²)	• Application de la méthode forfaitaire de l'annexe E1

4.3.2 Moments agissants (par bande de largeur unitaire)

Indications	Valeur des actions et sollicitations			
• Largeur de bande b = 1 m	g = 0,16 x 2 500 x 1 =	400 daN/m		
	q = 350 x 1 =	350 daN/m		
• Combinaison E.L.U.R.	p_u = 1,35g + 1,5q =	1 065 daN/m		
• Moment isostatique	$M_{0x} = p_u \frac{l_x^2}{8}$ =	766,8 daNm (pour chaque travée)		
• Coefficients : $\alpha = \frac{Q_B}{G + Q_B} = 0,467$ $1 + 0,3\,\alpha = 1,14 > 1,05$ $\frac{1 + 0,3\,\alpha}{2} = 0,57$ $\frac{1,2 + 0,3\,\alpha}{2} = 0,67$	**Moments sur appuis** (daNm)			
		M_A = 115	M_B = 383,4	M_C = 306,7
	Conditions à respecter en travée	Travée AB		Travée BC
		$M_{t1} + \frac{M_A + M_B}{2} \geqslant 1,14\,M_{01}$		$M_{t2} + \frac{M_B + M_C}{2} \geqslant 1,14\,M_{02}$
		$M_{t1} \geqslant \frac{1,2 + 0,3\,\alpha}{2} M_{01}$		$M_{t2} \geqslant \frac{1 + 0,3\,\alpha}{2} M_{02}$
Moment ultime	M_t (daNm)	M_{t1} = 624,9		M_{t2} = 529,1
Effort tranchant	V_u (daN)	+ 1 166	− 1 390	+ 1 310 − 1 246

4.3.3 Section d'armatures (par mètre)

Utilisation de TS
(f_e = 500 MPa)

Travée	Section	M_u (MNm)	b (cm)	d (cm)	μ_{bu}	Pivot	β_u	A_x* (cm²)	$A_x/4$
f (rive)	Appui A	0,0115	100	13	0,048 0	A	0,975 4	2,09	0,52
	Centre	0,062 49			0,260 9	B	0,845 8	13,07	3,27
g	Appui B	0,038 34			0,160 1	A	0,911 2	7,44	1,86
	Centre	0,052 91			0,220 9	B	0,873 6	10,72	2,68
	Appui C	0,030 67			0,128 1	A	0,931 2	5,83	1,46

(*) Exceptée pour la valeur $A_x/4$ = 0,52 cm² du tableau (< 1,28 cm²), toutes les valeurs indiquées pour A_x et $A_y = A_x/4$ sont conformes aux minima exigés.

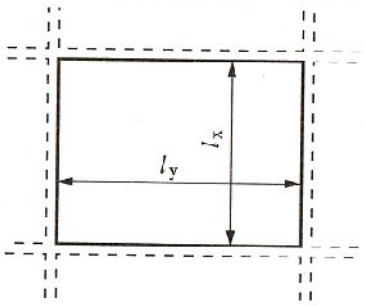
Pour un choix $\varnothing > 6$ mm : ρ_0 = 0,8 ‰ ; $\rho_x \geqslant 1,06$ ‰ ; $A_x \geqslant 1,70$ cm²
TS lisses (h = 16 cm) ; $\rho_y \geqslant 0,8$ ‰ ; $A_y \geqslant 1,28$ cm²

4.3.4 Contrôle de la section d'appui B (travée f)

$$\tau_u = 0,11 \text{ MPa} < \overline{\tau_u} = 0,07 \times \frac{25}{1,5} = 1,17 \text{ MPa}$$

4.4 Panneaux de hourdis calculés suivant 2 sens ($0,4 \leqslant l_x / l_y < 1$)

4.4.1 Application de la méthode de l'annexe E3

Notations	Conditions – Calcul de M_0
 p : charge uniformément répartie par unité d'aire	$0,4 \leqslant \frac{l_x}{l_y} < 1$ • Calcul suivant x et y • Lecture de μ_x et μ_y en fonction de l_x / l_y dans le tableau ci-contre supposant des contours articulés
Moment isostatique M_0 au centre suivant x et y	$M_{0x} = \mu_x p l_x^2$ $M_{0y} = \mu_y M_{0x}$

$\frac{l_x}{l_y}$	$\nu = 0$ (*)	
	$\mu_x = \frac{M_x}{p l_x^2}$	$\mu_y = \frac{M_y}{M_x}$
0,40	0,110	
0,45	0,102	
0,50	0,088	
0,60	0,081	0,305(**)
0,65	0,0745	0,369
0,70	0,068	0,436
0,75	0,062	0,509
0,80	0,056	0,595
0,85	0,051	0,685
0,90	0,046	0,778
0,95	0,041	0,887
1,00	0,037	1,000

(*) Il est rappelé que, sauf cas particulier, le coefficient de Poisson du béton est pris égal à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations et à 0,2 pour le calcul des déformations (article A.2.1,3).

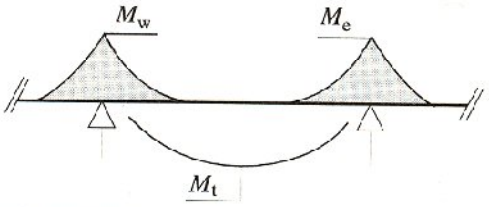
(**) Les valeurs de μ_y inférieures à 0,25 (correspondant à $\alpha \leqslant 0,557$) ne sont pas à prendre en considération, en application de l'article A.8.2,41.

4.4.2 Évaluation des moments (M_w, M_e et M_t)

Les moments sur appuis M_a (M_w et M_e) suivant x ou y et les moments en travée M_t sont choisis en fonction de M_0 suivant chaque sens, dans le respect des inégalités suivantes :

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geqslant 1,25\, M_0$$

(dans chaque sens x et y)



Travée intermédiaire			Travée de rive
$M_t \geqslant 0,75\, M_0$	ou	$M_t \geqslant 0,85\, M_0$	
$\downarrow$		$\downarrow$	
$M_a \geqslant 0,5\, M_{0x}$		$M_a \geqslant 0,4\, M_{0x}$	$M_a \geqslant 0,15\, M_{0x}$ à $0,3 M_{0x}$

Remarque: *les moments d'encastrement M_{ay} sont sensiblement égaux à M_{ax}* (A.8.2,32).

4.4.3 Armatures et prescriptions réglementaires

Les armatures sont évaluées dans le sens x et y suivant M_x et M_y.

Se reporter au paragraphe 4.2 pour les prescription réglementaires.

4.5 Application : calcul de la dalle de plancher D_1

4.5.1 Situation – Méthode de calcul

Situation	Méthode de calcul
• Fissuration peu préjudiciable • Rapport des côtés $\frac{l_x}{l_y} = \frac{6,70}{7,60} = 0,882$ • Chargement uniformément répartie sur dalle d'épaisseur 20 cm	• Calcul E.L.U.R. • Calcul dans les 2 sens suivant l'annexe E3

4.5.2 Moments agissant (par bande de largeur unitaire dans chaque sens)

M_0 iso-statique	• Lecture tableau annexe E3 $\begin{cases}\mu_x = 0,047\,8\\ \mu_y = 0,745\end{cases}$ • $g = 500$ daN/m² $q = 350$ daN/m² $p_u = 1\,200$ daN/m • $M_{0x} = \mu_x p l_x^2 = 2\,574,9$ daNm $M_{0y} = \mu_y M_{0x} = 1\,918,3$ daNm	
M_a	Sens x (daNm)	Sens x (daNm)
	$M_{wx} = 0,3\,M_{0x} = 772,5$ $M_{ex} = 0,5\,M_{0x} = 1\,287,5$	$M_{wy} = 0,3\,M_{0x} = 772,5$ $M_{cy} = 0,3\,M_{0x} = 772,5$
Condition	$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} = 1,25\,M_0$	
M_t	$M_{tx} = 0,85\,M_{0x} = 2\,188,7$	$M_{ty} = 0,95\,M_{0y} = 1\,822,4$

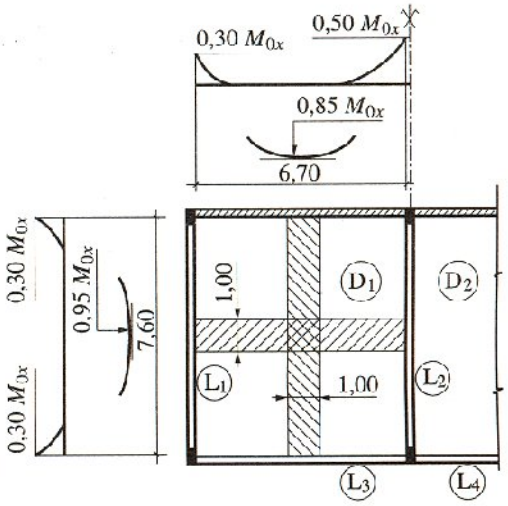


Fig. 8 Moments de flexion en travée et sur appuis.

4.5.3 Sections d'armatures (p.m. à l'E.L.U.R.)

Utilisation de TS ($f_e = 500$ MPa)

Sens	Section	M_u (MNm)	b (cm)	d (cm)	μ_{bu}	β_u	A_{calc} (cm²)	A_{min}
suivant x	Appui de rive	0,007 725	100	17	0,018 86	0,990 5	1,06	1,7
	Travée	0,021 887			0,053 45	0,972 5	3,05	1,7
	Appui inter.	0,012 875			0,031 44	0,984 0	1,77	1,7
suivant y	Appuis (w ou e)	0,007 725		16	0,021 30	0,989 2	1,12	1,6
	Travée	0,018 224			0,050 24	0,974 2	2,69	1,6

Faire choix des armatures dans le tableau de TS en respectant les conditions constructives du paragraphe 4.2 et calculer les arrêts de barres.

4.5.4 Vérification de la contrainte de cisaillement

V_u est maximal le long de l_y ; $V_{u\,max} = \frac{p_u\, l_x\, l_y}{2\, l_y + l_x} = \frac{0,012 \times 6,7 \times 76}{2 \times 6,7 + 7,6} = 0,028$ MN

$\tau_u = \frac{V_u}{b\, d} = \frac{0,028}{1 \times 0,16} = 0,175$ MPa $< \overline{\tau_u} = 1,17$ MPa

Annexe 1

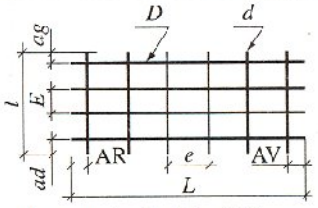
Caractéristiques des aciers

Caractéristiques des barres pour béton armé section en cm²

Diamètre nominal (mm)	Nombre de barres									Masse (kg/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5	0.20	0.39	0.59	0.79	0.98	1.18	1.37	1.57	1.77	0.154
6	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	0.222
8	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	0.395
10	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	0.617
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	0.888
14	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13.85	1.208
16	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	1.578
20	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	2.466
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	3.853
32	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	6.313
40	12.57	25.13	37.70	50.27	62.83	75.40	87.96	100.53	113.10	9.865

Caractéristiques des treillis soudés standards (extraits Doc. ADETS)

Types et caractéristiques	Désignation ADETS	Sect. S (cm²/m)	S / s (cm^2/m)	E / e (mm)	D / d (mm)	Nbre de fils N / n	Longueur largeur L / l (m)	Rouleaux	Panneaux	Masse nominale (kg/m²)	Masse 1 rouleau ou 1panneau (kg)
TSL $\psi_s = 1$ $\eta = 1$	R901	0,48	0,48 0,32	200 300	3,5 3,5	12 167	50,00 2,40	•		0,625	75,06
	R902	0,64	0,64 0,32	150 300	3,5 3,5	16 167	50,00 2,40	•		0,750	90,06
	R903	0,64	0,64 0,64	150 150	3,5 3,5	16 334	50,00 2,40	•		1,000	120,12
$f_e = 500$ MPa $\sigma_R = 550$ MPa $\varepsilon_R = 8\ \%$	P903	0,64	0,64 0,64	150 150	3,5 3,5	16 32	4,80 2,40		•	1,000	11,52
	P100	1,06	1,06 1,06	150 150	4,5 4,5	16 32	4,80 2,40		•	1,657	19,20
	P200	1,31	1,31 1,19	150 200	5 5,5	16 24	4,80 2,40		•	1,952	22,60
TSHA	P300	1,58	1,58 1,19	150 200	5,5 5,5	16 24	4,80 2,40		•	2,182	25,14
$\psi_s = 1,5$	P400	1,96	1,96 1,19	100 200	5 5,5	24 24	4,80 2,40		•	2,475	28,51
	P500	2,83	2,83 1,19	100 200	6 5,5	24 30	6,00 2,40		•	3,155	45,43
$\eta = 1,3,\ \varnothing < 6$ $\eta = 1,6,\ \varnothing \geq 6$	P600	3,85	3,85 1,28	100 300	7 7	24 20	6,00 2,40		•	4,027	57,98
	P700	5,03	5,03 1,70	100 300	8 8	24 20	6,00 2,40		•	5,267	75,84
	P800	6,36	6,36 2,12	100 300	9 9	24 20	6,00 2,40		•	6,653	95,81



Largeur standard l = 2,40 m

L : longueur du panneau
l : largeur unique (2,40m)
D : diamètre fil le plus long
d : diamètre fil le plus court
E : espacement fil le plus long
e : espacement fil le plus court

Annexe 2

Contraintes limites des matériaux à l'E.L.S.

Tableaux des contraintes limites $\overline{\sigma_{bc}}$ et $\overline{\sigma_{st}}$ à l'E.L.S.

Tableau 1 : contrainte limite de compression du béton

$f_{tj} = 0{,}6 + 0{,}06\, f_{cj}$

$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\, f_{cj}$

f_{cj}	18	20	22	25	27	30	35	40
f_{tj}	1,68	1,80	1,92	2,10	2,22	2,40	2,70	3,0
$\overline{\sigma_{bc}}$ (MPa)	10,8	12,0	13,2	15,0	16,2	18,0	21,0	24,0

Tableau 2 : contrainte limite d'ouverture des fissures

$\overline{\sigma_{st}}$ (MPa)

Fissuration			peu préjud.	préjudiciable								très préjudiciable							
Limites réglementaires			f_e	$\inf\left(2/3\, f_e\ ;\ 110\sqrt{\eta\, f_{tj}}\right)$								$\inf\left(0{,}5\, f_e\ ;\ 90\sqrt{\eta\, f_{tj}}\right)$							
Résistances caractéristiques du béton				f_{cj} (MPa)								f_{cj} (MPa)							
Type d'aciers		η	Classe	18	20	22	25	27	30	35	40	18	20	22	25	27	30	35	40
Aciers en barres	Ronds lisses	1	Fe E 215	143	←						143	108	←						108
			Fe E 235	143	148	152	157	←			157	117	118	←					118
	Barres et fils HA	1,6	Fe E 400 TE 400 E 500 TE 500	180	187	193	202	207	216	229	241	148	153	158	165	170	176	187	197
Treillis* soudés (Ø≥6 mm)	Treillis soudés lisses	1	TSL 500	143	148	152	159	164	170	181	191	117	121	125	130	134	139	148	156
	Treillis soudés HA	1,6	TSHA 500	180	187	193	202	207	216	229	241	148	153	158	165	170	176	187	197

(*) Dans le cas de treillis soudés avec Ø < 6 mm, prendre $\eta = 1{,}3$.

Annexe 3

Moments critiques réduits

Cas de fissuration peu préjudiciable

Aciers HA de nuance Fe E 400

Rapport γ	Résistances caractéristiques du béton f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2420	.2554	.2675	.2835	.2930	.3057	.3132	.3235	.3297	.3382
1.36	.2449	.2584	.2706	.2867	.2963	.3091	.3167	.3271	.3333	.3418
1.37	.2479	.2615	.2738	.2900	.2996	.3125	.3202	.3306	.3369	.3454
1.38	.2508	.2646	.2770	.2933	.3030	.3159	.3236	.3341	.3404	.3491
1.39	.2538	.2677	.2801	.2966	.3063	.3194	.3271	.3377	.3440	.3527
1.40	.2568	.2708	.2833	.2999	.3098	.3229	.3307	.3413	.3477	.3563
1.41	.2598	.2739	.2865	.3033	.3131	.3264	.3342	.3449	.3513	.3601
1.42	.2628	.2770	.2897	.3066	.3166	.3299	.3378	.3485	.3550	.3638
1.43	.2658	.2802	.2930	.3100	.3200	.3334	.3414	.3521	.3586	.3674
1.44	.2688	.2833	.2963	.3134	.3234	.3369	.3449	.3558	.3623	.3712
1.45	.2719	.2865	.2995	.3167	.3269	.3404	.3485	.3594	.3660	.3749
1.46	.2750	.2896	.3028	.3202	.3304	.3440	.3521	.3631	.3697	.3787
1.47	.2781	.2929	.3061	.3236	.3339	.3476	.3558	.3668	.3734	.3824
1.48	.2812	.2961	.3094	.3271	.3374	.3512	.3594	.3705	.3771	.3862
1.49	.2843	.2993	.3128	.3305	.3409	.3548	.3631	.3742	.3810	.3900
1.50	.2874	.3025	.3161	.3340	.3444	.3584	.3668	.3780	.3847	.3938

Aciers HA de nuance Fe E 500

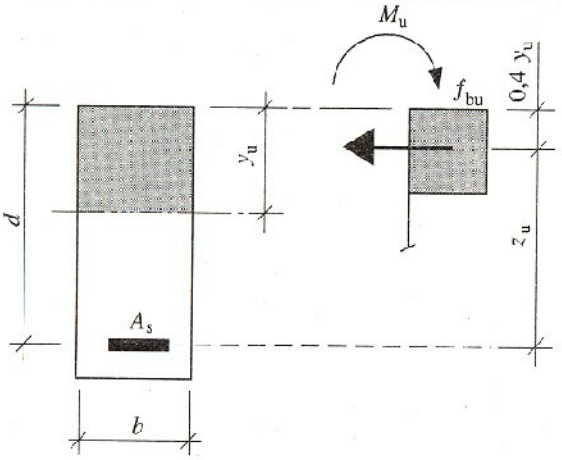
Rapport γ	Résistances caractéristiques du béton f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2138	.2271	.2392	.2554	.2652	.2784	.2864	.2974	.3041	.3132
1.36	.2165	.2299	.2421	.2584	.2683	.2816	.2897	.3007	.3074	.3167
1.37	.2191	.2327	.2450	.2615	.2714	.2849	.2930	.3041	.3108	.3202
1.38	.2219	.2355	.2479	.2646	.2746	.2881	.2963	.3075	.3143	.3236
1.39	.2246	.2383	.2509	.2677	.2777	.2914	.2996	.3109	.3178	.3271
1.40	.2273	.2412	.2538	.2708	.2809	.2947	.3030	.3143	.3212	.3307
1.41	.2300	.2440	.2568	.2739	.2841	.2979	.3063	.3178	.3247	.3342
1.42	.2328	.2469	.2598	.2770	.2873	.3013	.3097	.3212	.3282	.3378
1.43	.2355	.2498	.2627	.2802	.2905	.3046	.3131	.3247	.3317	.3414
1.44	.2383	.2527	.2658	.2833	.2938	.3079	.3165	.3281	.3352	.3449
1.45	.2411	.2556	.2688	.2865	.2970	.3113	.3199	.3316	.3388	.3485
1.46	.2439	.2585	.2718	.2896	.3003	.3146	.3233	.3352	.3423	.3521
1.47	.2467	.2615	.2749	.2929	.3036	.3181	.3268	.3387	.3459	.3558
1.48	.2495	.2645	.2780	.2961	.3069	.3215	.3302	.3422	.3495	.3594
1.49	.2523	.2674	.2811	.2993	.3102	.3249	.3337	.3458	.3530	.3631
1.50	.2552	.2704	.2842	.3025	.3135	.3283	.3372	.3493	.3567	.3668

Annexe 4

Tableaux de calcul à l'E.L.U.R.

- Flexion simple – Section rectangulaire
- Aciers naturels : fe E 400 ⟶ ❶
  fe E 500 ⟶ ❷
- Béton : diagramme rectangulaire simplifié

Notations



Contraintes de calcul

Béton

$$f_{bu} = \frac{0,85\, f_{cj}}{\gamma_b}$$

$$\gamma_b = 1,5$$

Acier

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Paramètres

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b\, d^2\, f_{bu}}$$

$$\alpha_u = \frac{y_u}{d}$$

$$\beta_u = \frac{z_u}{d}$$

ε_{st} : allongement armature A_u

p_u : pourcentage mécanique

$$p_u = \frac{A_u}{b\, d} \cdot \frac{f_{su}}{f_{bu}}$$

μ_{bu}	α_u	β_u	ε_{st}	p_u ❶	p_u ❷
0.000	0.000	1.0000	10.000	0.000	0.000
0.002	0.003	0.9990	10.000	0.002	0.002
0.004	0.005	0.9980	10.000	0.004	0.004
0.006	0.008	0.9970	10.000	0.006	0.006
0.008	0.010	0.9960	10.000	0.008	0.008
0.010	0.013	0.9950	10.000	0.010	0.010
0.012	0.015	0.9940	10.000	0.012	0.012
0.014	0.018	0.9930	10.000	0.014	0.014
0.016	0.020	0.9919	10.000	0.016	0.016
0.018	0.023	0.9909	10.000	0.018	0.018
0.020	0.025	0.9899	10.000	0.020	0.020
0.022	0.028	0.9889	10.000	0.022	0.022
0.024	0.030	0.9879	10.000	0.024	0.024
0.026	0.033	0.9868	10.000	0.026	0.026
0.028	0.036	0.9858	10.000	0.028	0.028
0.030	0.038	0.9848	10.000	0.030	0.030
0.032	0.041	0.9837	10.000	0.033	0.033
0.034	0.043	0.9827	10.000	0.035	0.035
0.036	0.046	0.9817	10.000	0.037	0.037
0.038	0.048	0.9806	10.000	0.039	0.039
0.040	0.051	0.9796	10.000	0.041	0.041
0.042	0.054	0.9785	10.000	0.043	0.043
0.044	0.056	0.9775	10.000	0.045	0.045
0.046	0.059	0.9764	10.000	0.047	0.047
0.048	0.062	0.9754	10.000	0.049	0.049
0.050	0.064	0.9743	10.000	0.051	0.051
0.052	0.067	0.9733	10.000	0.053	0.053
0.054	0.069	0.9722	10.000	0.056	0.056
0.056	0.072	0.9712	10.000	0.058	0.058
0.058	0.075	0.9701	10.000	0.060	0.060
0.060	0.077	0.9690	10.000	0.062	0.062
0.062	0.080	0.9680	10.000	0.064	0.064
0.064	0.083	0.9669	10.000	0.066	0.066
0.066	0.085	0.9658	10.000	0.068	0.068
0.068	0.088	0.9648	10.000	0.070	0.070
0.070	0.091	0.9637	10.000	0.073	0.073
0.072	0.093	0.9626	10.000	0.075	0.075
0.074	0.096	0.9615	10.000	0.077	0.077
0.076	0.099	0.9604	10.000	0.079	0.079
0.078	0.102	0.9593	10.000	0.081	0.081
0.080	0.104	0.9583	10.000	0.083	0.083
0.082	0.107	0.9572	10.000	0.086	0.086
0.084	0.110	0.9561	10.000	0.088	0.088
0.086	0.113	0.9550	10.000	0.090	0.090
0.088	0.115	0.9539	10.000	0.092	0.092
0.090	0.118	0.9528	10.000	0.094	0.094
0.092	0.121	0.9517	10.000	0.097	0.097
0.094	0.124	0.9506	10.000	0.099	0.099
0.096	0.126	0.9494	10.000	0.101	0.101
0.098	0.129	0.9483	10.000	0.103	0.103

μ_{bu}	α_u	β_u	ε_{st}	p_u ❶	p_u ❷
0.100	0.132	0.9472	10.000	0.106	0.106
0.102	0.135	0.9461	10.000	0.108	0.108
0.104	0.138	0.9450	10.000	0.110	0.110
0.106	0.140	0.9438	10.000	0.112	0.112
0.108	0.143	0.9427	10.000	0.115	0.115
0.110	0.146	0.9416	10.000	0.117	0.117
0.112	0.149	0.9405	10.000	0.119	0.119
0.114	0.152	0.9393	10.000	0.121	0.121
0.116	0.155	0.9382	10.000	0.124	0.124
0.118	0.157	0.9370	10.000	0.126	0.126
0.120	0.160	0.9359	10.000	0.128	0.128
0.122	0.163	0.9347	10.000	0.131	0.131
0.124	0.166	0.9336	10.000	0.133	0.133
0.126	0.169	0.9324	10.000	0.135	0.135
0.128	0.172	0.9313	10.000	0.137	0.137
0.130	0.175	0.9301	10.000	0.140	0.140
0.132	0.178	0.9290	10.000	0.142	0.142
0.134	0.181	0.9278	10.000	0.144	0.144
0.136	0.183	0.9266	10.000	0.147	0.147
0.138	0.186	0.9254	10.000	0.149	0.149
0.140	0.189	0.9243	10.000	0.151	0.151
0.142	0.192	0.9231	10.000	0.154	0.154
0.144	0.195	0.9219	10.000	0.156	0.156
0.146	0.198	0.9207	10.000	0.159	0.159
0.148	0.201	0.9195	10.000	0.161	0.161
0.150	0.204	0.9183	10.000	0.163	0.163
0.152	0.207	0.9171	10.000	0.166	0.166
0.154	0.210	0.9159	10.000	0.168	0.168
0.156	0.213	0.9147	10.000	0.171	0.171
0.158	0.216	0.9135	10.000	0.173	0.173
0.160	0.219	0.9123	10.000	0.175	0.175
0.162	0.222	0.9111	10.000	0.178	0.178
0.164	0.225	0.9099	10.000	0.180	0.180
0.166	0.228	0.9087	10.000	0.183	0.183
0.168	0.231	0.9074	10.000	0.185	0.185
0.170	0.234	0.9062	10.000	0.188	0.188
0.172	0.238	0.9050	10.000	0.190	0.190
0.174	0.241	0.9037	10.000	0.193	0.193
0.176	0.244	0.9025	10.000	0.195	0.195
0.178	0.247	0.9012	10.000	0.198	0.198
0.180	0.250	0.9000	10.000	0.200	0.200
0.182	0.253	0.8987	10.000	0.203	0.203
0.184	0.256	0.8975	10.000	0.205	0.205
0.186	0.259	0.8962	9.992	0.208	0.208
0.188	0.263	0.8950	9.829	0.210	0.210
0.190	0.266	0.8937	9.670	0.213	0.213
0.192	0.269	0.8924	9.515	0.215	0.215
0.194	0.272	0.8912	9.362	0.218	0.218
0.196	0.275	0.8899	9.212	0.220	0.220
0.198	0.279	0.8886	9.066	0.223	0.223
0.200	0.282	0.8873	8.922	0.225	0.225
0.202	0.285	0.8860	8.781	0.228	0.228
0.204	0.288	0.8847	8.643	0.231	0.231
0.206	0.291	0.8834	8.507	0.233	0.233
0.208	0.295	0.8821	8.374	0.236	0.236
0.210	0.298	0.8808	8.244	0.238	0.238
0.212	0.301	0.8795	8.116	0.241	0.241
0.214	0.305	0.8782	7.990	0.244	0.244
0.216	0.308	0.8768	7.866	0.246	0.246
0.218	0.311	0.8755	7.745	0.249	0.249
0.220	0.315	0.8742	7.626	0.252	0.252
0.222	0.318	0.8728	7.509	0.254	0.254
0.224	0.321	0.8715	7.394	0.257	0.257
0.226	0.325	0.8701	7.280	0.260	0.260
0.228	0.328	0.8688	7.169	0.262	0.262
0.230	0.331	0.8674	7.060	0.265	0.265
0.232	0.335	0.8661	6.952	0.268	0.268
0.234	0.338	0.8647	6.847	0.271	0.271
0.236	0.342	0.8633	6.743	0.273	0.273
0.238	0.345	0.8619	6.640	0.276	0.276
0.240	0.349	0.8606	6.540	0.279	0.279
0.242	0.352	0.8592	6.441	0.282	0.282
0.244	0.356	0.8578	6.343	0.284	0.284
0.246	0.359	0.8564	6.247	0.287	0.287
0.248	0.363	0.8550	6.153	0.290	0.290
0.250	0.366	0.8536	6.060	0.293	0.293
0.252	0.370	0.8521	5.968	0.296	0.296
0.254	0.373	0.8507	5.878	0.299	0.299
0.256	0.377	0.8493	5.789	0.301	0.301
0.258	0.380	0.8479	5.701	0.304	0.304
0.260	0.384	0.8464	5.615	0.307	0.307
0.262	0.388	0.8450	5.530	0.310	0.310
0.264	0.391	0.8435	5.446	0.313	0.313
0.266	0.395	0.8421	5.364	0.316	0.316
0.268	0.399	0.8406	5.282	0.319	0.319
0.270	0.402	0.8391	5.202	0.322	0.322
0.272	0.406	0.8376	5.123	0.325	0.325
0.274	0.410	0.8362	5.045	0.328	0.328
0.276	0.413	0.8347	4.968	0.331	0.331
0.278	0.417	0.8332	4.892	0.334	0.334
0.280	0.421	0.8317	4.817	0.337	0.337
0.282	0.425	0.8302	4.743	0.340	0.340
0.284	0.428	0.8286	4.670	0.343	0.343
0.286	0.432	0.8271	4.598	0.346	0.346
0.288	0.436	0.8256	4.526	0.349	0.349
0.290	0.440	0.8240	4.456	0.352	0.352
0.292	0.444	0.8225	4.387	0.355	0.355
0.294	0.448	0.8209	4.318	0.358	0.358
0.296	0.452	0.8194	4.251	0.361	0.361
0.298	0.455	0.8178	4.184	0.364	0.364
0.300	0.459	0.8162	4.118	0.368	0.368
0.302	0.463	0.8146	4.053	0.371	0.371
0.304	0.467	0.8130	3.989	0.374	0.374
0.306	0.471	0.8114	3.925	0.377	0.377
0.308	0.475	0.8098	3.862	0.380	0.380
0.310	0.479	0.8082	3.800	0.384	0.384
0.312	0.484	0.8066	3.739	0.387	0.387
0.314	0.488	0.8050	3.678	0.390	0.390
0.316	0.492	0.8033	3.618	0.393	0.393
0.318	0.496	0.8017	3.559	0.397	0.397
0.320	0.500	0.8000	3.500	0.400	0.400
0.322	0.504	0.7983	3.442	0.403	0.403
0.324	0.508	0.7966	3.385	0.407	0.407
0.326	0.513	0.7950	3.328	0.410	0.410
0.328	0.517	0.7933	3.272	0.413	0.413
0.330	0.521	0.7916	3.216	0.417	0.417
0.332	0.525	0.7898	3.161	0.420	0.420
0.334	0.530	0.7881	3.107	0.424	0.424
0.336	0.534	0.7864	3.053	0.427	0.427
0.338	0.538	0.7846	3.000	0.431	0.431
0.340	0.543	0.7828	2.947	0.434	0.434
0.342	0.547	0.7811	2.895	0.438	0.438
0.344	0.552	0.7793	2.843	0.441	0.441
0.346	0.556	0.7775	2.792	0.445	0.445
0.348	0.561	0.7757	2.741	0.449	0.449
0.350	0.565	0.7739	2.691	0.452	0.452
0.352	0.570	0.7720	2.641	0.456	0.456
0.354	0.575	0.7702	2.592	0.460	0.460
0.356	0.579	0.7683	2.543	0.463	0.463
0.358	0.584	0.7665	2.495	0.467	0.467
0.360	0.589	0.7646	2.447	0.471	0.471
0.362	0.593	0.7627	2.399	0.475	0.475
0.364	0.598	0.7608	2.352	0.478	0.478
0.366	0.603	0.7588	2.305	0.482	0.482
0.368	0.608	0.7569	2.259	0.486	0.486
0.370	0.613	0.7550	2.213	0.490	0.490
0.372	0.618	0.7530	2.168	0.494	0.495
0.374	0.623	0.7510	2.122	0.498	0.510
0.376	0.628	0.7490	2.078	0.502	0.525
0.378	0.633	0.7470	2.033	0.506	0.541
0.380	0.638	0.7449	1.989	0.510	0.558
0.382	0.643	0.7429	1.945	0.514	0.575
0.384	0.648	0.7408	1.902	0.518	0.592
0.386	0.653	0.7387	1.859	0.523	0.611
0.388	0.658	0.7366	1.816	0.527	0.631
0.390	0.664	0.7345	1.773	0.531	0.651
0.392	0.669	0.7324	1.731	0.536	0.672
0.394	0.674	0.7302	1.689	0.555	0.694
0.396	0.680	0.7280	1.648	0.574	0.718
0.398	0.685	0.7258	1.606	0.594	0.742
0.400	0.691	0.7236	1.565	0.614	0.768
0.420	0.750	0.7000	1.167	0.894	1.118
0.440	0.817	0.6732	0.784	1.450	1.812
0.460	0.896	0.6414	0.404	3.085	3.856
0.480	1.000	0.6000	0.000	0.000	0.000

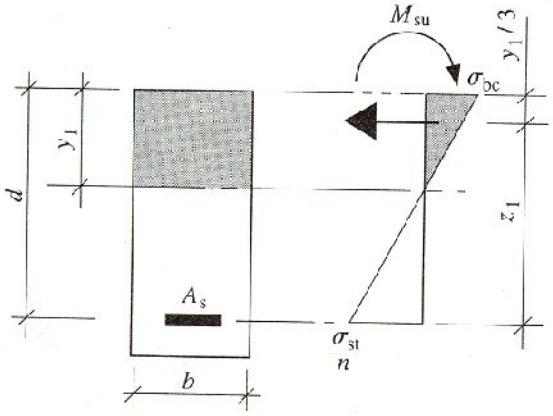
Annexe 5

Tableaux de calcul à l'E.L.S.

- Flexion simple – Section rectangulaire
- Aciers
- Béton

} domaine élastique $n = 15$

Notations



Contraintes de calcul

Béton

σ_{bc}

Limite réglementaire

$\overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\, f_{cj}$

Acier

σ_{st}

Limite réglementaire

$\overline{\sigma_{st}}$ (cf. BAEL)

Paramètres

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b\, d^2\, \sigma_{st}}$$

$$K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$$

$$\mu_b = \frac{M_{ser}}{b\, d^2\, \sigma_{bc}}$$

$$\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$$

$$\beta_1 = \frac{z_1}{d}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b\, d}$$

Windows Internet Explorer

جميع الحقوق محفوظة منتديات ستار تايمز

OK

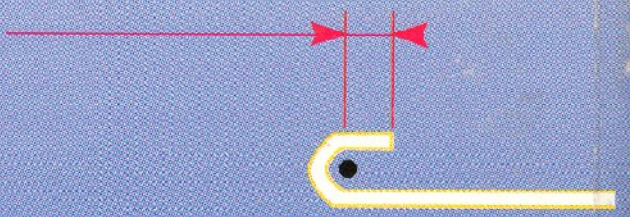
μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	$100\,\rho$
0.0000	0.00	0.0000	0.000	1.0000	0.000
0.0002	183.83	0.0368	0.075	0.9749	0.021
0.0004	127.22	0.0509	0.105	0.9648	0.041
0.0006	102.14	0.0613	0.128	0.9573	0.063
0.0008	87.23	0.0698	0.147	0.9511	0.084
0.0010	77.04	0.0771	0.163	0.9457	0.106
0.0012	69.57	0.0834	0.177	0.9409	0.127
0.0014	63.72	0.0892	0.191	0.9365	0.150
0.0016	59.02	0.0945	0.203	0.9325	0.172
0.0018	55.16	0.0993	0.214	0.9287	0.194
0.0020	51.89	0.1037	0.224	0.9253	0.216
0.0022	49.07	0.1079	0.234	0.9220	0.239
0.0024	46.61	0.1119	0.243	0.9188	0.261
0.0026	44.45	0.1155	0.252	0.9159	0.284
0.0028	42.53	0.1190	0.261	0.9131	0.307
0.0030	40.79	0.1224	0.269	0.9104	0.330
0.0032	39.23	0.1256	0.277	0.9078	0.353
0.0034	37.82	0.1286	0.284	0.9053	0.375
0.0036	36.51	0.1315	0.291	0.9029	0.399
0.0038	35.32	0.1342	0.298	0.9006	0.422
0.0040	34.22	0.1369	0.305	0.8984	0.445
0.0042	33.21	0.1394	0.311	0.8963	0.469
0.0044	32.25	0.1419	0.317	0.8942	0.492
0.0046	31.37	0.1443	0.323	0.8922	0.516
0.0048	30.54	0.1466	0.329	0.8902	0.539
0.0050	29.77	0.1488	0.335	0.8883	0.563
0.0052	29.04	0.1510	0.341	0.8865	0.587
0.0054	28.34	0.1531	0.346	0.8846	0.610
0.0056	27.70	0.1551	0.351	0.8829	0.634
0.0058	27.08	0.1571	0.356	0.8812	0.658
0.0060	26.49	0.1590	0.362	0.8795	0.682
0.0062	25.94	0.1608	0.366	0.8779	0.706
0.0064	25.41	0.1626	0.371	0.8763	0.730
0.0066	24.91	0.1644	0.376	0.8747	0.754
0.0068	24.43	0.1661	0.380	0.8732	0.779
0.0070	23.97	0.1678	0.385	0.8717	0.803
0.0072	23.53	0.1694	0.389	0.8702	0.827
0.0074	23.11	0.1710	0.394	0.8688	0.852
0.0076	22.70	0.1725	0.398	0.8674	0.876
0.0078	22.32	0.1741	0.402	0.8660	0.901
0.0080	21.94	0.1755	0.406	0.8647	0.925
0.0082	21.58	0.1770	0.410	0.8633	0.950
0.0084	21.24	0.1784	0.414	0.8620	0.975
0.0086	20.91	0.1798	0.418	0.8607	0.999
0.0088	20.59	0.1811	0.422	0.8595	1.024
0.0090	20.27	0.1825	0.425	0.8583	1.049
0.0092	19.98	0.1838	0.429	0.8570	1.073
0.0094	19.69	0.1851	0.432	0.8559	1.098
0.0096	19.41	0.1863	0.436	0.8547	1.123
0.0098	19.14	0.1875	0.439	0.8535	1.148

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	$100\,\rho$
0.0100	18.87	0.1887	0.443	0.8524	1.173
0.0102	18.62	0.1899	0.446	0.8513	1.198
0.0104	18.37	0.1911	0.449	0.8502	1.223
0.0106	18.13	0.1922	0.453	0.8491	1.248
0.0108	17.90	0.1933	0.456	0.8480	1.274
0.0110	17.67	0.1944	0.459	0.8470	1.299
0.0112	17.45	0.1955	0.462	0.8459	1.324
0.0114	17.24	0.1965	0.465	0.8449	1.349
0.0116	17.03	0.1976	0.468	0.8439	1.375
0.0118	16.83	0.1986	0.471	0.8429	1.400
0.0120	16.63	0.1996	0.474	0.8419	1.425
0.0122	16.44	0.2006	0.477	0.8410	1.451
0.0124	16.26	0.2016	0.480	0.8400	1.476
0.0126	16.07	0.2025	0.483	0.8391	1.502
0.0128	15.90	0.2035	0.486	0.8382	1.527
0.0130	15.72	0.2044	0.488	0.8372	1.553
0.0132	15.55	0.2053	0.491	0.8364	1.578
0.0134	15.39	0.2062	0.494	0.8355	1.604
0.0136	15.23	0.2071	0.496	0.8346	1.630
0.0138	15.07	0.2080	0.499	0.8337	1.655
0.0140	14.91	0.2088	0.501	0.8329	1.681
0.0142	14.76	0.2097	0.504	0.8320	1.707
0.0144	14.62	0.2105	0.506	0.8312	1.732
0.0146	14.47	0.2113	0.509	0.8304	1.758
0.0148	14.33	0.2121	0.511	0.8295	1.784
0.0150	14.19	0.2129	0.514	0.8287	1.810
0.0152	14.06	0.2137	0.516	0.8279	1.836
0.0154	13.93	0.2145	0.519	0.8271	1.862
0.0156	13.80	0.2152	0.521	0.8264	1.888
0.0158	13.67	0.2160	0.523	0.8256	1.914
0.0160	13.55	0.2167	0.525	0.8248	1.940
0.0162	13.42	0.2175	0.528	0.8241	1.966
0.0164	13.30	0.2182	0.530	0.8233	1.992
0.0166	13.19	0.2189	0.532	0.8226	2.018
0.0168	13.07	0.2196	0.534	0.8219	2.044
0.0170	12.96	0.2203	0.537	0.8212	2.070
0.0172	12.85	0.2210	0.539	0.8204	2.097
0.0174	12.74	0.2216	0.541	0.8197	2.123
0.0176	12.63	0.2223	0.543	0.8190	2.149
0.0178	12.53	0.2230	0.545	0.8184	2.175
0.0180	12.42	0.2236	0.547	0.8177	2.201
0.0182	12.32	0.2243	0.549	0.8170	2.228
0.0184	12.22	0.2249	0.551	0.8163	2.254
0.0186	12.13	0.2255	0.553	0.8157	2.280
0.0188	12.03	0.2262	0.555	0.8150	2.307
0.0190	11.93	0.2268	0.557	0.8144	2.333
0.0192	11.84	0.2274	0.559	0.8137	2.359
0.0194	11.75	0.2280	0.561	0.8131	2.386
0.0196	11.66	0.2286	0.563	0.8125	2.412
0.0198	11.57	0.2291	0.564	0.8118	2.439

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	$100\,\rho$
0.0200	11.49	0.2297	0.566	0.8112	2.465
0.0202	11.40	0.2303	0.568	0.8106	2.492
0.0204	11.32	0.2308	0.570	0.8100	2.518
0.0206	11.23	0.2314	0.572	0.8094	2.545
0.0208	11.15	0.2320	0.574	0.8088	2.572
0.0210	11.07	0.2325	0.575	0.8082	2.598
0.0212	10.99	0.2330	0.577	0.8076	2.625
0.0214	10.91	0.2336	0.579	0.8071	2.652
0.0216	10.84	0.2341	0.581	0.8065	2.678
0.0218	10.76	0.2346	0.582	0.8059	2.705
0.0220	10.69	0.2351	0.584	0.8054	2.732
0.0222	10.61	0.2356	0.586	0.8048	2.758
0.0224	10.54	0.2361	0.587	0.8043	2.785
0.0226	10.47	0.2366	0.589	0.8037	2.812
0.0228	10.40	0.2371	0.591	0.8032	2.839
0.0230	10.33	0.2376	0.592	0.8026	2.865
0.0232	10.26	0.2381	0.594	0.8021	2.892
0.0234	10.20	0.2386	0.595	0.8016	2.919
0.0236	10.13	0.2391	0.597	0.8010	2.946
0.0238	10.06	0.2395	0.598	0.8005	2.973
0.0240	10.00	0.2400	0.600	0.8000	3.000
0.0242	9.94	0.2405	0.602	0.7995	3.027
0.0244	9.87	0.2409	0.603	0.7990	3.054
0.0246	9.81	0.2414	0.605	0.7985	3.081
0.0248	9.75	0.2418	0.606	0.7980	3.108
0.0250	9.69	0.2422	0.608	0.7975	3.135
0.0252	9.63	0.2427	0.609	0.7970	3.162
0.0254	9.57	0.2431	0.610	0.7965	3.189
0.0256	9.51	0.2435	0.612	0.7960	3.216
0.0258	9.46	0.2440	0.613	0.7956	3.243
0.0260	9.40	0.2444	0.615	0.7951	3.270
0.0262	9.34	0.2448	0.616	0.7946	3.297
0.0264	9.29	0.2452	0.618	0.7941	3.324
0.0266	9.23	0.2456	0.619	0.7937	3.351
0.0268	9.18	0.2460	0.620	0.7932	3.379
0.0270	9.13	0.2464	0.622	0.7928	3.406
0.0272	9.07	0.2468	0.623	0.7923	3.433
0.0274	9.02	0.2472	0.624	0.7919	3.460
0.0276	8.97	0.2476	0.626	0.7914	3.487
0.0278	8.92	0.2480	0.627	0.7910	3.515
0.0280	8.87	0.2484	0.628	0.7905	3.542
0.0282	8.82	0.2488	0.630	0.7901	3.569
0.0284	8.77	0.2491	0.631	0.7897	3.596
0.0286	8.72	0.2495	0.632	0.7892	3.624
0.0288	8.68	0.2499	0.634	0.7888	3.651
0.0290	8.63	0.2502	0.635	0.7884	3.678
0.0292	8.58	0.2506	0.636	0.7880	3.706
0.0294	8.54	0.2510	0.637	0.7876	3.733
0.0296	8.49	0.2513	0.639	0.7872	3.760
0.0298	8.45	0.2517	0.640	0.7867	3.788

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	$100\,\rho$
0.0300	8.40	0.2520	0.641	0.7863	3.815
0.0302	8.36	0.2524	0.642	0.7859	3.842
0.0304	8.31	0.2527	0.643	0.7855	3.870
0.0306	8.27	0.2531	0.645	0.7851	3.897
0.0308	8.23	0.2534	0.646	0.7847	3.925
0.0310	8.18	0.2537	0.647	0.7843	3.952
0.0312	8.14	0.2541	0.648	0.7840	3.980
0.0314	8.10	0.2544	0.649	0.7836	4.007
0.0316	8.06	0.2547	0.650	0.7832	4.035
0.0318	8.02	0.2550	0.652	0.7828	4.062
0.0320	7.98	0.2554	0.653	0.7824	4.090
0.0322	7.94	0.2557	0.654	0.7820	4.117
0.0324	7.90	0.2560	0.655	0.7817	4.145
0.0326	7.86	0.2563	0.656	0.7813	4.173
0.0328	7.82	0.2566	0.657	0.7809	4.200
0.0330	7.79	0.2569	0.658	0.7806	4.228
0.0332	7.75	0.2572	0.659	0.7802	4.255
0.0334	7.71	0.2575	0.660	0.7798	4.283
0.0336	7.67	0.2578	0.662	0.7795	4.311
0.0338	7.64	0.2581	0.663	0.7791	4.338
0.0340	7.60	0.2584	0.664	0.7788	4.366
0.0342	7.56	0.2587	0.665	0.7784	4.394
0.0344	7.53	0.2590	0.666	0.7781	4.421
0.0346	7.49	0.2593	0.667	0.7777	4.449
0.0348	7.46	0.2596	0.668	0.7774	4.476
0.0350	7.43	0.2599	0.669	0.7770	4.504
0.0352	7.39	0.2602	0.670	0.7767	4.532
0.0354	7.36	0.2604	0.671	0.7764	4.560
0.0356	7.32	0.2607	0.672	0.7760	4.588
0.0358	7.29	0.2610	0.673	0.7757	4.615
0.0360	7.26	0.2613	0.674	0.7754	4.643
0.0362	7.22	0.2615	0.675	0.7750	4.671
0.0364	7.19	0.2618	0.676	0.7747	4.699
0.0366	7.16	0.2621	0.677	0.7744	4.726
0.0368	7.13	0.2623	0.678	0.7741	4.754
0.0370	7.10	0.2626	0.679	0.7737	4.782
0.0372	7.07	0.2629	0.680	0.7734	4.810
0.0374	7.04	0.2631	0.681	0.7731	4.838
0.0376	7.00	0.2634	0.682	0.7728	4.866
0.0378	6.97	0.2636	0.683	0.7725	4.893
0.0380	6.94	0.2639	0.684	0.7722	4.921
0.0382	6.91	0.2642	0.684	0.7718	4.949
0.0384	6.89	0.2644	0.685	0.7715	4.977
0.0386	6.86	0.2646	0.686	0.7712	5.005
0.0388	6.83	0.2649	0.687	0.7709	5.033
0.0390	6.80	0.2651	0.688	0.7706	5.061
0.0392	6.77	0.2654	0.689	0.7703	5.089
0.0394	6.74	0.2656	0.690	0.7700	5.117
0.0396	6.71	0.2659	0.691	0.7697	5.145
0.0398	6.69	0.2661	0.692	0.7694	5.173

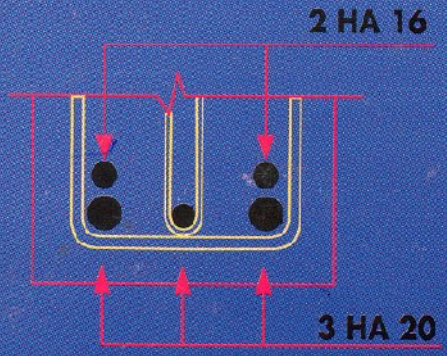
$$A_u = p_u.bd.\frac{f_{bu}}{f_{su}}$$



Ce guide, conçu pour permettre le travail de l'étudiant en autonomie, présente les connaissances de base indispensables à la détermination des sections d'armatures des ouvrages élémentaires d'une structure porteuse tels que semelles, poteaux, poutres, planchers. Il traite également des méthodes de vérification des contraintes du béton et de l'acier dans une section fléchie.

- Il utilise des méthodes simples faisant appel au calcul classique et à l'utilisation de tableaux avec leur mode d'exploitation. Il suit bien évidemment les dernières réglementations en vigueur (BAEL 91) et précise les dispositions constructives.
- Les exposés de chacun des thèmes abordés sont structurés de façon identique : rappel de cours ; exercices d'assimilation ; études de cas.
- Le choix des méthodes rigoureuses de calcul proposées a été fondé sur des critères d'efficacité et de rapidité.

Un ouvrage synthétique de formation et d'application pour aller rapidement à l'essentiel et aux bons résultats.



$$\tau_u = \frac{V_u}{b_o d}$$

FOUCHER

Final

9 782216 016464